Révision finale – Mathématiques 3e

Première partie – Exercices

1 Calculs, raisonnement et algèbre

Exercice 1 – QCM justifié : fractions et puissances

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Cocher la bonne réponse et justifier par un calcul.

N°	Question	A	B	C
1	$\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{24}$
2	$(2^3)^2 \times 2^{-4}$	2^2	2^{10}	2^{-24}
3	$4{,}2 \times 10^5 + 3{,}8 \times 10^5$	8×10^5	8×10^{10}	$8{,}0 \times 10^0$
4	$\frac{7}{3} \div \frac{14}{9}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{49}{27}$	$\frac{2}{3}$

Justification attendue : ne pas seulement cocher la réponse ; écrire le calcul qui prouve le choix.

Exercice 2 – Vrai/Faux : calcul littéral

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse. Si elle est fausse, corriger l'égalité.

1) $(x+5)^2 = x^2 + 25$.
2) $(2x-3)(2x+3) = 4x^2 - 9$.
3) $3(2x-5) - 2(x+1) = 4x - 17$.
4) $5x^2 - 15x = 5x(x-3)$.
5) $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$.
6) $2x + 7 = 21$ a pour solution $x = 7$.

Exercice 3 – Association : expressions et formes réduites

Associer chaque expression de gauche à sa forme réduite de droite.

A	$2(x-4) + 3(2x+1)$	1	$x^2 - 16$
B	$(x-4)(x+4)$	2	$8x - 5$
C	$(3x-2)^2$	3	$9x^2 - 12x + 4$
D	$5x(x-2) - x(2x+1)$	4	$3x^2 - 11x$

Puis choisir deux associations et détailler le calcul.

Exercice 4 – Compléter les étapes : équation-produit

On veut résoudre :

$$(2x-5)(x+3) = 0.$$

Compléter les phrases et les calculs.

1) Un produit est nul si et seulement si ....
2) Donc $2x - 5 = 0$ ou ....
3) $2x - 5 = 0 \iff$ ....
4) $x + 3 = 0 \iff$ ....
5) L'ensemble des solutions est ....

Question supplémentaire : résoudre ensuite

$$(3x+4)(5-2x) = 0.$$

Exercice 5 – Erreur à trouver : programme de calcul

Un élève applique le programme suivant : choisir un nombre x, ajouter 6, multiplier par 2, puis soustraire le triple du nombre de départ.
Il écrit :

$$(x+6)\times 2-3=2x+12-3=2x+9.$$

1) Repérer l'erreur de l'élève.
2) Écrire l'expression correcte du résultat final.
3) Réduire cette expression.
4) Quel nombre de départ faut-il choisir pour obtenir 20 ?
5) Peut-on obtenir un résultat négatif ? Justifier.

2 Fonctions, graphiques et grandeurs

Exercice 6 – Tableau à compléter : deux tarifs

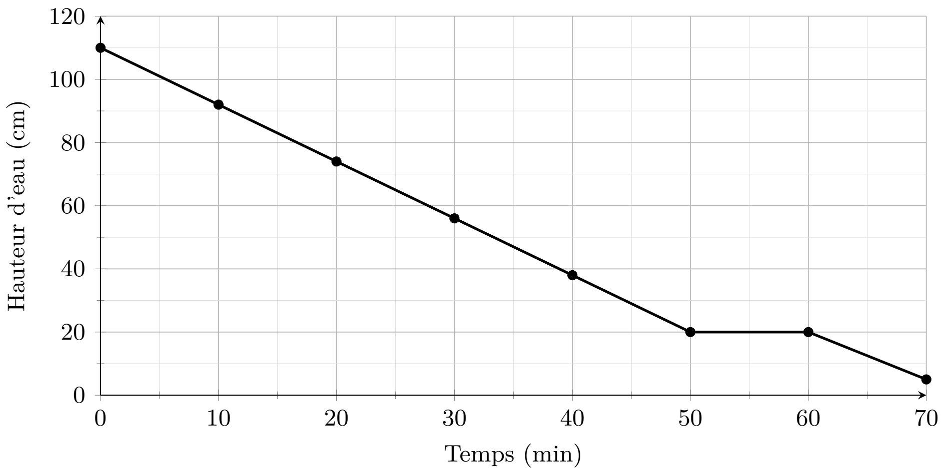
Une salle de sport propose deux abonnements.
— Formule A : 12 € par séance.
— Formule B : 45 € d'inscription puis 6 € par séance.
On note x le nombre de séances.

x	0	5	8	10	15
$A(x)$					
$B(x)$					

1) Écrire les expressions $A(x)$ et $B(x)$.
2) Compléter le tableau.
3) Résoudre $A(x)=B(x)$.
4) À partir de combien de séances la formule B devient-elle plus avantageuse ?

Exercice 7 – Lecture graphique et interprétation

Le graphique représente la hauteur d'eau dans une cuve pendant une vidange.



1) Quelle est la hauteur d'eau au départ ?
2) À quel moment la hauteur vaut-elle 56 cm ?
3) Pendant combien de temps la hauteur reste-t-elle constante ?
4) Entre 0 et 50 min, la baisse est-elle proportionnelle au temps ? Justifier.
5) Calculer la baisse moyenne par minute entre 0 et 50 min.

Exercice 8 – Choix de méthode : pourcentages

Un téléphone coûte 360 €. Il subit une baisse de 15%, puis une deuxième baisse de 10%.

1) Choisir la bonne méthode et expliquer pourquoi :

Méthode 1	Calculer directement $360 \times (1 - 0{,}25)$.
Méthode 2	Calculer $360 \times 0{,}85 \times 0{,}90$.

2) Calculer le prix final.
3) Calculer le pourcentage global de baisse.
4) Le résultat est-il le même qu'une baisse unique de 25% ? Justifier.

3 Statistiques, probabilités et algorithmique

Exercice 9 – Statistiques : analyse d'une affirmation

Voici les temps, en secondes, mis par 15 élèves pour résoudre un mini-défi :

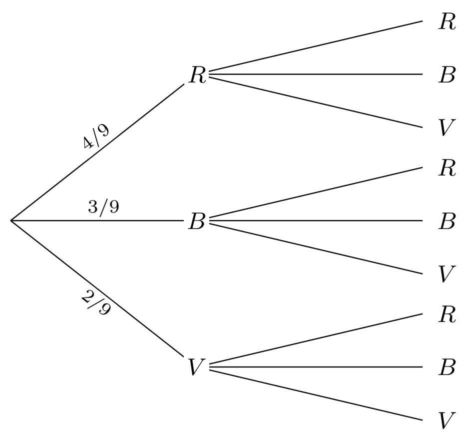
$$42;\ 45;\ 47;\ 47;\ 49;\ 51;\ 53;\ 54;\ 56;\ 57;\ 60;\ 62;\ 63;\ 68;\ 74.$$

Un élève affirme : « La classe est très régulière, car la moyenne est proche de la médiane. »

1) Calculer la médiane.
2) Calculer la moyenne au dixième près.
3) Calculer l'étendue.
4) L'affirmation est-elle suffisante ? Répondre en utilisant au moins deux indicateurs.

Exercice 10 – Arbre pondéré à compléter

Une urne contient 4 boules rouges, 3 boules bleues et 2 boules vertes. On tire deux boules successivement **sans remise**.



1) Compléter les probabilités manquantes sur l'arbre.
2) Calculer $P(RR)$.
3) Calculer la probabilité d'obtenir deux boules de même couleur.
4) Calculer la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge.

Exercice 11 – Algorithmique : remettre dans l'ordre

On veut tracer un hexagone régulier de côté 30 pas avec Scratch.

A	tourner de 60°
B	répéter 6 fois
C	avancer de 30 pas
D	mettre le stylo en position d'écriture
E	relever le stylo

1) Remettre les instructions dans le bon ordre.
2) Quelles instructions doivent être placées à l'intérieur de la boucle ?
3) Pourquoi l'angle utilisé est-il 60° et non 120° ?
4) Combien de degrés le lutin tourne-t-il au total pendant la construction ?

4 Géométrie et problèmes de synthèse

Exercice 12 – Démonstration : Pythagore ou non ?

On considère trois points A, B, C tels que :

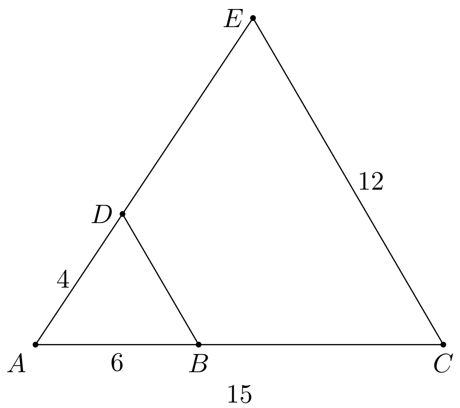
$$AB = 13 \text{ cm}, \qquad AC = 5 \text{ cm}, \qquad BC = 12 \text{ cm}.$$

1) Choisir la propriété à utiliser : Pythagore direct ou réciproque de Pythagore ? Justifier.
2) Montrer que le triangle ABC est rectangle.
3) Préciser en quel point il est rectangle.
4) Calculer l'aire du triangle ABC.

Exercice 13 – Figure codée : Thalès et aire

Dans la figure ci-dessous, les points A, B, C sont alignés et les points A, D, E sont alignés. Les droites (BD) et (CE) sont parallèles.

$$AB = 6 \text{ cm}, \quad AC = 15 \text{ cm}, \quad AD = 4 \text{ cm}, \quad CE = 12 \text{ cm}.$$



1) Calculer le coefficient d'agrandissement du triangle ABD vers le triangle ACE.
2) Calculer AE.
3) Calculer BD.
4) Si l'aire du triangle ABD est 9,6 cm^2, calculer l'aire du triangle ACE.
5) Rédiger une justification complète de l'utilisation de Thalès.

Exercice 14 – Problème ouvert : choix économique

Une famille veut louer des vélos pendant les vacances.

— Location courte : 9 € par heure et par vélo.

— Location journée : 32 € par vélo pour la journée.

La famille loue 4 vélos.

1) Écrire le coût de la location courte en fonction du nombre d'heures h.
2) À partir de combien d'heures la location journée devient-elle plus avantageuse ?
3) Pour 5 heures de location, calculer l'économie réalisée avec la meilleure formule.
4) La famille a un budget de 150 €. Peut-elle louer les vélos une journée et acheter 4 boissons à 3,50 € ?

Deuxième partie – Corrections détaillées

Correction 1

1. $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$: réponse A.
2. $(2^3)^2 \times 2^{-4} = 2^6 \times 2^{-4} = 2^2$: réponse A.
3. $4{,}2 \times 10^5 + 3{,}8 \times 10^5 = 8 \times 10^5$: réponse A.
4. $\frac{7}{3} \div \frac{14}{9} = \frac{7}{3} \times \frac{9}{14} = \frac{3}{2}$: réponse A.

Correction 2

1. Faux : $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$.
2. Vrai : identité $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$.
3. Vrai : $6x - 15 - 2x - 2 = 4x - 17$.
4. Vrai : facteur commun $5x$.
5. Vrai : $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$.
6. Faux : $3x + 7 = 25 \iff 3x = 18 \iff x = 6$.

Correction 3

$A = 2x - 8 + 6x + 3 = 8x - 5$, donc A-2.
$B = x^2 - 16$, donc B-1.
$C = 9x^2 - 12x + 4$, donc C-3.
$D = 5x^2 - 10x - 2x^2 - x = 3x^2 - 11x$, donc D-4.

Correction 4

Un produit est nul si et seulement si au moins l'un de ses facteurs est nul.
$(2x-5)(x+3) = 0 \iff 2x - 5 = 0$ ou $x + 3 = 0$.
$2x - 5 = 0 \iff 2x = 5 \iff x = \frac{5}{2}$.
$x + 3 = 0 \iff x = -3$.
Solutions : $\left\{-3; \frac{5}{2}\right\}$.
Pour $(3x+4)(5-2x) = 0$, on obtient $x = -\frac{4}{3}$ ou $x = \frac{5}{2}$.

Correction 5

L'élève a soustrait 3 au lieu de soustraire $3x$. L'expression correcte est :

$$2(x+6) - 3x = 2x + 12 - 3x = 12 - x.$$

Pour obtenir 20 : $12 - x = 20 \iff -x = 8 \iff x = -8$.
On peut obtenir un résultat négatif lorsque $12 - x < 0$, c'est-à-dire $x > 12$.

Correction 6

$A(x) = 12x$ et $B(x) = 45 + 6x$.

x	0	5	8	10	15
$A(x)$	0	60	96	120	180
$B(x)$	45	75	93	105	135

$12x = 45 + 6x \iff 6x = 45 \iff x = 7{,}5$. Pour un nombre entier de séances, la formule B devient plus avantageuse à partir de 8 séances.

Correction 7

Au départ, la hauteur est 110 cm. Elle vaut 56 cm à 30 min. Elle reste constante de 50 à 60 min, donc pendant 10 min.
Entre 0 et 50 min, les points sont alignés régulièrement : la baisse est de 18 cm toutes les 10 min, donc proportionnelle sur cet intervalle.
Baisse moyenne : $\dfrac{110-20}{50} = \dfrac{90}{50} = 1{,}8$ cm par minute.

Correction 8

La bonne méthode est la méthode 2, car les baisses successives s'appliquent l'une après l'autre.
Prix final :

$$360 \times 0{,}85 \times 0{,}90 = 275{,}40\,€.$$

Coefficient global : $0{,}85 \times 0{,}90 = 0{,}765$, donc baisse globale de 23,5%. Ce n'est pas une baisse de 25%.

Correction 9

Il y a 15 valeurs, donc la médiane est la 8e valeur : 54.
Somme : 838. Moyenne : $\dfrac{838}{15} \approx 55{,}9$.
Étendue : $74 - 42 = 32$.
La moyenne est proche de la médiane, mais l'étendue est assez grande. L'affirmation ne suffit pas : certains élèves sont beaucoup plus lents ou rapides que d'autres.

Correction 10

Après un premier rouge, il reste 3 rouges, 3 bleues, 2 vertes sur 8.
Après un premier bleu, il reste 4 rouges, 2 bleues, 2 vertes sur 8.
Après un premier vert, il reste 4 rouges, 3 bleues, 1 verte sur 8.

$$P(RR) = \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{6}.$$

Deux mêmes couleurs :

$$\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} + \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} + \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{12+6+2}{72} = \frac{20}{72} = \frac{5}{18}.$$

Aucune rouge signifie deux tirages parmi les 5 non rouges :

$$P(\text{aucune rouge}) = \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{5}{18}.$$

Donc :

$$P(\text{au moins une rouge}) = 1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}.$$

Correction 11

Ordre possible : D, puis B contenant C puis A, puis E.
À l'intérieur de la boucle : avancer de 30 pas puis tourner de 60°.
L'angle extérieur d'un hexagone régulier vaut $\dfrac{360°}{6} = 60°$.
Le lutin tourne au total $6 \times 60° = 360°$.

Correction 12

On utilise la réciproque du théorème de Pythagore, car on connaît les trois longueurs. La plus grande longueur est 13 cm.

$$5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2.$$

Donc le triangle est rectangle. L'hypoténuse est AB, donc l'angle droit est en C.
Aire : $\dfrac{5 \times 12}{2} = 30$ cm^2.

Correction 13

Les points A, B, C sont alignés, les points A, D, E sont alignés et $(BD) \parallel (CE)$: on peut utiliser Thalès.
Coefficient d'agrandissement : $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{15}{6} = 2{,}5$.
$AE = AD \times 2{,}5 = 4 \times 2{,}5 = 10$ cm.
$BD = \dfrac{CE}{2{,}5} = \dfrac{12}{2{,}5} = 4{,}8$ cm.
Les aires sont multipliées par $2{,}5^2 = 6{,}25$, donc :

$$\mathcal{A}_{ACE} = 9{,}6 \times 6{,}25 = 60 \text{ cm}^2.$$

Correction 14

Location courte pour 4 vélos pendant h heures :

$$C(h) = 4 \times 9h = 36h.$$

Location journée :

$$J = 4 \times 32 = 128\,€.$$

La journée devient plus avantageuse quand $128 < 36h$, donc $h > \dfrac{128}{36} \approx 3{,}56$. À partir de 4 heures, la journée est plus avantageuse.
Pour 5 heures : courte $= 180\,€$, journée $= 128\,€$, économie $= 52\,€$.
Avec boissons : $128 + 4 \times 3{,}50 = 142\,€$. Le budget de $150\,€$ suffit.