Correction détaillée – Révision Bac 1$^{\text{re}}$ STMG Mathématiques

Calculatrice interdite

Partie 1 : Automatismes, pourcentages et indices

Exercice 1. Correction

a) $18\% = \dfrac{18}{100} = 0{,}18$.

b) $0{,}07 = 7\%$.

c) $\dfrac{2}{5}$ de 150 vaut :

$$150 \times \frac{2}{5} = 30 \times 2 = 60.$$

Donc :

$$\boxed{0{,}18;\quad 7\%;\quad 60}$$

Exercice 2. Correction Une hausse de 15% correspond au coefficient multiplicateur :

$$CM = 1 + \frac{15}{100} = 1{,}15.$$

Le nouveau prix est donc :

$$80 \times 1{,}15 = 92.$$

Ainsi :

$$\boxed{92 \text{ euros}}$$

Exercice 3. Correction Le taux d'évolution est :

$$t = \frac{310 - 250}{250} = \frac{60}{250} = 0{,}24.$$

Donc :

$$\boxed{t = 24\%}$$

Exercice 4. Correction Une hausse de 25% correspond au coefficient :

$$CM = 1{,}25.$$

Pour revenir au prix initial, on utilise le coefficient réciproque :

$$CM_r = \frac{1}{1{,}25} = 0{,}8.$$

Le taux réciproque est :

$$0{,}8 - 1 = -0{,}2 = -20\%.$$

Donc il faut une baisse de :

$$\boxed{20\%}$$

Exercice 5. Correction Le coefficient multiplicateur global est :

$$CM = 1{,}08 \times 0{,}95 = 1{,}026.$$

Donc le taux global est :

$$t = 1{,}026 - 1 = 0{,}026 = 2{,}6\%.$$

Ainsi :

$$\boxed{\text{hausse globale de } 2{,}6\%}$$

Exercice 6. Correction L'indice 135 signifie que la valeur est devenue 135% de la valeur initiale. Donc :

$$120000 \times \frac{135}{100} = 162000.$$

Ainsi, le chiffre d'affaires en 2024 est :

$$\boxed{162000 \text{ euros}}$$

Exercice 7. Correction Une hausse de 21% correspond au coefficient global 1,21. Si le taux annuel est constant, le coefficient annuel q vérifie :

$$q^2 = 1{,}21.$$

Donc :

$$q = \sqrt{1{,}21} = 1{,}1.$$

Le taux annuel moyen est donc :

$$1{,}1 - 1 = 0{,}1 = 10\%.$$

Ainsi :

$$\boxed{10\%}$$

Partie 2 : Suites et fonctions affines

Exercice 8. Correction Comme (u_n) est arithmétique de raison 5 :

$$u_1 = 12 + 5 = 17, \quad u_2 = 22, \quad u_3 = 27.$$

La formule explicite est :

$$u_n = u_0 + nr = 12 + 5n.$$

Donc :

$$\boxed{u_n = 12 + 5n}$$

Exercice 9. Correction Comme (v_n) est géométrique de raison 2 :

$$v_1 = 3 \times 2 = 6, \quad v_2 = 12, \quad v_3 = 24.$$

La formule explicite est :

$$v_n = v_0 q^n = 3 \times 2^n.$$

Donc :

$$\boxed{v_n = 3 \times 2^n}$$

Exercice 10. Correction On note u_n la population après n années. On a :

$$u_0 = 5000.$$

Une hausse de 4% correspond au coefficient 1,04, donc :

$$u_{n+1} = 1{,}04 u_n.$$

La suite est géométrique, donc :

$$u_n = 5000 \times 1{,}04^n.$$

Au bout de 6 ans :

$$u_6 = 5000 \times 1{,}04^6 \approx 6326{,}60.$$

Ainsi :

$$\boxed{u_6 \approx 6327}$$

Exercice 11. Correction

a)
$$f(0) = 3 \times 0 - 7 = -7, \qquad f(5) = 3 \times 5 - 7 = 8.$$

b)
$$3x - 7 = 8 \Longleftrightarrow 3x = 15 \Longleftrightarrow x = 5.$$

Donc :
$$\boxed{S = \{5\}}$$

c)
$$3x - 7 \geq 2 \Longleftrightarrow 3x \geq 9 \Longleftrightarrow x \geq 3.$$

Donc :
$$\boxed{S = [3; +\infty[}$$

Exercice 12. Correction Le coefficient directeur vaut :
$$a = \frac{17 - 5}{6 - 2} = \frac{12}{4} = 3.$$

Donc $g(x) = 3x + b$. Comme $g(2) = 5$:
$$3 \times 2 + b = 5 \Longleftrightarrow b = -1.$$

Ainsi :
$$\boxed{g(x) = 3x - 1}$$

Partie 3 : Fonctions, signes et dérivation

Exercice 13. Correction Les réponses se lisent graphiquement.

a) On lit environ :
$$\boxed{f(0) \approx -1}$$

b) Les solutions de $f(x) = 1$ sont approximativement :
$$\boxed{x \approx -2; \quad x \approx 1; \quad x \approx 3}$$

c) Les intervalles où $f(x) \geq 0$ se lisent sur les portions de la courbe situées au-dessus de l'axe des abscisses. Les valeurs peuvent varier légèrement selon la précision de lecture.

Exercice 14. Correction

a) Sur $[-4; 0]$, la fonction monte de -2 à 5, donc elle est croissante. Vrai.

b) Le maximum visible dans le tableau est 5. Donc $f(x) = 6$ n'admet pas de solution d'après ce tableau. Faux.

c) La fonction change de signe sur chacun des trois intervalles $[-4; 0]$, $[0; 3]$ et $[3; 7]$. Donc l'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions. Vrai.

Exercice 15. Correction

a)
$$3(x - 2) = 2x + 7 \Longleftrightarrow 3x - 6 = 2x + 7 \Longleftrightarrow x = 13.$$

Donc :
$$\boxed{S = \{13\}}$$

b)
$$5 - 2x < 9 \Longleftrightarrow -2x < 4.$$

En divisant par -2, on change le sens de l'inégalité :
$$x > -2.$$

Donc :
$$\boxed{S =]-2; +\infty[}$$

Exercice 16. Correction Les racines sont :

$$x-3=0 \iff x=3, \qquad x+2=0 \iff x=-2.$$

On construit le tableau de signes :

x	$-\infty$	-2		3	$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$(x-3)(x+2)$	$+$	0	$-$	0	$+$

On cherche les valeurs pour lesquelles le produit est positif ou nul. Donc :

$$\boxed{S =]-\infty;-2] \cup [3;+\infty[}$$

Exercice 17. Correction Les racines de $h(x)=(x-1)(x-5)$ sont :

$$x=1 \quad \text{et} \quad x=5.$$

Comme le coefficient dominant est positif, le trinôme est négatif entre les racines. Donc :

$$\boxed{S=[1;5]}$$

Exercice 18. Correction On dérive :

$$f'(x)=2x+3.$$

Puis :

$$2x+3=0 \iff x=-\frac{3}{2}.$$

Donc :

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
f	$\searrow$		$\nearrow$

Ainsi :

$$\boxed{f \text{ est décroissante sur }]-\infty;-\frac{3}{2}] \text{ puis croissante sur } [-\frac{3}{2};+\infty[}$$

Partie 4 : Statistiques et probabilités

Exercice 19. Correction La somme vaut :

$$6+7+7+9+10+10+10+12+13=84.$$

Il y a 9 valeurs, donc la moyenne est :

$$\bar{x}=\frac{84}{9}\approx 9{,}33.$$

La médiane est la 5e valeur :

$$\boxed{10}$$

L'étendue vaut :

$$13-6=7.$$

Donc :

$$\boxed{\bar{x}\approx 9{,}33; \quad Me=10; \quad e=7}$$

Exercice 20. Correction La moyenne pondérée est :

$$\bar{x}=\frac{8\times 3+10\times 5+12\times 4+15\times 2}{3+5+4+2}.$$

Donc :

$$\bar{x} = \frac{24 + 50 + 48 + 30}{14} = \frac{152}{14} \approx 10{,}86.$$

Ainsi :

$$\boxed{\bar{x} \approx 10{,}86}$$

Exercice 21. Correction La série contient 8 valeurs :

$$3; 4; 6; 8; 9; 10; 12; 13.$$

La médiane est la moyenne de la 4e et de la 5e valeur :

$$Me = \frac{8+9}{2} = 8{,}5.$$

Le premier quartile est la plus petite valeur telle qu'au moins 25% des valeurs lui sont inférieures ou égales. Comme $8 \times 0{,}25 = 2$, on prend la 2e valeur :

$$Q_1 = 4.$$

Comme $8 \times 0{,}75 = 6$, on prend la 6e valeur :

$$Q_3 = 10.$$

Donc l'écart interquartile est :

$$Q_3 - Q_1 = 10 - 4 = 6.$$

Ainsi :

$$\boxed{Me = 8{,}5; \quad Q_1 = 4; \quad Q_3 = 10; \quad Q_3 - Q_1 = 6}$$

Exercice 22. Correction Il y a $5 + 3 + 2 = 10$ boules.

a)

$$P(R) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}.$$

b) Ne pas tirer une boule bleue revient à tirer une boule rouge ou verte :

$$P(\overline{B}) = \frac{5+2}{10} = \frac{7}{10}.$$

Donc :

$$\boxed{P(R) = \frac{1}{2}; \quad P(\overline{B}) = \frac{7}{10}}$$

Exercice 23. Correction On utilise la formule :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Donc :

$$P(A \cup B) = 0{,}45 + 0{,}30 - 0{,}12 = 0{,}63.$$

Ainsi :

$$\boxed{P(A \cup B) = 0{,}63}$$

Exercice 24. Correction On lit sur l'arbre :

$$P(A) = 0{,}4, \quad P(\overline{A}) = 0{,}6, \quad P_A(B) = 0{,}7, \quad P_{\overline{A}}(B) = 0{,}2.$$

a)

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0{,}4 \times 0{,}7 = 0{,}28.$$

b)
$$P(\overline{A} \cap B) = P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B) = 0{,}6 \times 0{,}2 = 0{,}12.$$

c) D'après la formule des probabilités totales :
$$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = 0{,}28 + 0{,}12 = 0{,}40.$$

d)
$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}28}{0{,}40} = 0{,}7.$$

Donc :
$$\boxed{P_B(A) = 0{,}7}$$

Exercice 25. Correction L'espérance est :
$$E(X) = (-2) \times 0{,}4 + 0 \times 0{,}5 + 5 \times 0{,}1.$$

Donc :
$$E(X) = -0{,}8 + 0 + 0{,}5 = -0{,}3.$$

Ainsi :
$$\boxed{E(X) = -0{,}3}$$

Cela signifie que, sur un grand nombre de répétitions, le gain moyen est une perte de 0,30 €.

Partie 5 : Exercices de synthèse

Exercice 26. Correction Une hausse de 10% correspond au coefficient 1,10. Une baisse de 15% correspond au coefficient 0,85. Donc :
$$CM = 1{,}10 \times 0{,}85 = 0{,}935.$$

Le prix final est :
$$120 \times 0{,}935 = 112{,}20.$$

Le taux global est :
$$0{,}935 - 1 = -0{,}065 = -6{,}5\%.$$

Ainsi :
$$\boxed{112{,}20 \text{ euros}; \quad \text{baisse globale de } 6{,}5\%}$$

Exercice 27. Correction On note u_n le nombre d'abonnés après n années. Alors :
$$u_0 = 8000, \qquad u_{n+1} = 1{,}06u_n.$$

Donc :
$$u_n = 8000 \times 1{,}06^n.$$

Au bout de 3 ans :
$$u_3 = 8000 \times 1{,}06^3 \approx 9528{,}13.$$

Ainsi :
$$\boxed{\text{environ } 9528 \text{ abonnés}}$$

Exercice 28. Correction La somme vaut :
$$4 + 5 + 7 + 8 + 8 + 9 + 11 + 12 = 64.$$

Il y a 8 valeurs, donc :
$$\bar{x} = \frac{64}{8} = 8.$$

La médiane est :

$$Me = \frac{8+8}{2} = 8.$$

L'étendue vaut :

$$12 - 4 = 8.$$

Donc :

$$\boxed{\bar{x} = 8; \quad Me = 8; \quad e = 8}$$

Exercice 29. Correction Les racines sont :

$$3x + 6 = 0 \iff x = -2, \qquad x - 5 = 0 \iff x = 5.$$

On construit le tableau de signes :

x	$-\infty$	-2		5	$+\infty$
$3x+6$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-5$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$(3x+6)(x-5)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Donc :

$$\boxed{S =]-\infty; -2] \cup [5; +\infty[}$$

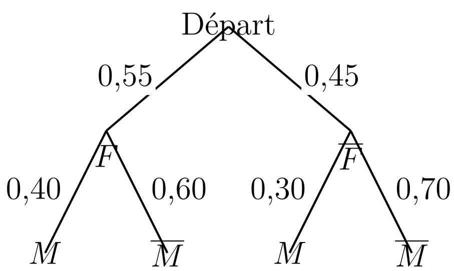
Exercice 30. Correction On note :

F : l'élève choisi est une fille, M : l'élève choisi suit l'option maths.

On a donc :

$$P(F) = 0{,}55, \quad P(\overline{F}) = 0{,}45, \quad P_F(M) = 0{,}40, \quad P_{\overline{F}}(M) = 0{,}30.$$

Un arbre pondéré possible est :



D'après la formule des probabilités totales :

$$P(M) = P(F \cap M) + P(\overline{F} \cap M).$$

Donc :

$$P(M) = 0{,}55 \times 0{,}40 + 0{,}45 \times 0{,}30 = 0{,}22 + 0{,}135 = 0{,}355.$$

Ainsi :

$$\boxed{P(M) = 0{,}355}$$