Mini fiche de révision
1re STMG – Mathématiques

Pourcentages, fonctions, second degré, suites, statistiques, probabilités et algorithmique

1. Pourcentages et évolutions

Lorsqu'une valeur passe de V_i à V_f, le taux d'évolution décimal est :

$$t = \frac{V_f - V_i}{V_i}$$

Le taux en pourcentage est :

$$T = \frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100$$

Le coefficient multiplicateur est :

$$CM = 1 + t$$

Si le taux est donné en pourcentage T, alors :

$$CM = 1 + \frac{T}{100}$$

Valeur finale :

$$V_f = V_i \times CM$$

Valeur initiale :

$$V_i = \frac{V_f}{CM}$$

Exemples :
Une hausse de 20% correspond à :

$$CM = 1 + \frac{20}{100} = 1{,}20$$

Une baisse de 15% correspond à :

$$CM = 1 - \frac{15}{100} = 0{,}85$$

2. Évolutions successives et taux réciproque

Pour plusieurs évolutions successives, on multiplie les coefficients multiplicateurs :

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2 \times \cdots \times CM_n$$

Le taux global en pourcentage est :

$$T_{\text{global}} = (CM_{\text{global}} - 1) \times 100$$

Taux réciproque :
Le coefficient multiplicateur réciproque est :

$$CM_{\text{réciproque}} = \frac{1}{CM}$$

Le taux réciproque est :

$$T_{\text{réciproque}} = \left(\frac{1}{CM} - 1\right) \times 100$$

Exemple :
Après une hausse de 25% :

$$CM = 1{,}25$$

Pour revenir à la valeur initiale :

$$CM_{\text{réciproque}} = \frac{1}{1{,}25} = 0{,}80$$

Donc il faut une baisse de :

$$20\%$$

3. Fonctions affines

Une fonction affine est une fonction de la forme :

$$f(x) = ax + b$$

- a est le coefficient directeur.
- b est l'ordonnée à l'origine.

Sens de variation :

Valeur de a	Variation de f
$a > 0$	f est croissante
$a < 0$	f est décroissante
$a = 0$	f est constante

Coefficient directeur entre deux points :
Si la droite passe par :

$$A(x_A; y_A) \qquad \text{et} \qquad B(x_B; y_B),$$

avec $x_A \neq x_B$, alors :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

4. Équation de droite

L'équation réduite d'une droite est :

$$y = ax + b$$

- a est le coefficient directeur.
- b est l'ordonnée à l'origine.

Lecture graphique :

$$a = \frac{\text{variation verticale}}{\text{variation horizontale}}$$

L'ordonnée à l'origine b est la valeur de y lorsque $x = 0$.
Exemple :
Si une droite passe par $A(1; 4)$ et $B(3; 10)$, alors :

$$a = \frac{10 - 4}{3 - 1} = \frac{6}{2} = 3$$

5. Fonctions du second degré

Une fonction du second degré est une fonction de la forme :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

avec :

$$a \neq 0$$

Le discriminant est :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Racines :

$$\Delta > 0 \Longrightarrow x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = 0 \Longrightarrow x_0 = \frac{-b}{2a}$$

$$\Delta < 0 \Longrightarrow \text{aucune racine réelle}$$

Sommet de la parabole :

$$\alpha = \frac{-b}{2a} \qquad \text{et} \qquad \beta = f(\alpha)$$

Donc le sommet est :

$$S(\alpha; \beta)$$

6. Signe d'un trinôme du second degré

Soit :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Si $\Delta > 0$:
Le trinôme est du signe de a à l'extérieur des racines et du signe opposé de a entre les racines.

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
$f(x)$	signe de a	0	signe opposé de a	0	signe de a

Si $a > 0$, le trinôme est positif à l'extérieur des racines. Si $a < 0$, le trinôme est négatif à l'extérieur des racines.
Si $\Delta = 0$:
Le trinôme garde le signe de a, sauf en x_0, où il vaut 0.

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	signe de a	0	signe de a

Si $\Delta < 0$:
Le trinôme garde toujours le signe de a.

7. Suites arithmétiques

Une suite (u_n) est arithmétique si on ajoute toujours le même nombre r.

$$u_{n+1} = u_n + r$$

Le nombre r est la raison.
Formules :
Si la suite commence à u_0 :

$$u_n = u_0 + nr$$

Si la suite commence à u_1 :

$$u_n = u_1 + (n-1)r$$

Sens de variation :

Raison r	Variation
$r > 0$	suite croissante
$r < 0$	suite décroissante
$r = 0$	suite constante

8. Suites géométriques

Une suite (u_n) est géométrique si on multiplie toujours par le même nombre q.

$$u_{n+1} = qu_n$$

Le nombre q est la raison.
Formules :
Si la suite commence à u_0 :

$$u_n = u_0 q^n$$

Si la suite commence à u_1 :

$$u_n = u_1 q^{n-1}$$

Lien avec les pourcentages :
Une hausse de $T\%$ chaque année correspond à une suite géométrique de raison :

$$q = 1 + \frac{T}{100}$$

Une baisse de $T\%$ chaque année correspond à une suite géométrique de raison :

$$q = 1 - \frac{T}{100}$$

9. Statistiques

Moyenne simple :

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

Moyenne pondérée :

$$\overline{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \cdots + n_px_p}{n_1 + n_2 + \cdots + n_p}$$

Médiane :
La médiane partage une série ordonnée en deux groupes de même effectif.
Étendue :

$$\text{Étendue} = \text{valeur maximale} - \text{valeur minimale}$$

Quartiles :

- Q_1 est le premier quartile.
- Q_3 est le troisième quartile.
- L'écart interquartile est :

$$Q_3 - Q_1$$

10. Probabilités – Formules essentielles

Soit A un événement.

Probabilité contraire :

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

Réunion et intersection :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Événements incompatibles :

Si $A \cap B = \varnothing$, alors :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Probabilité conditionnelle :

Si $P(A) \neq 0$, alors :

$$P_A(B) = P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Donc :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$$

Probabilités totales :

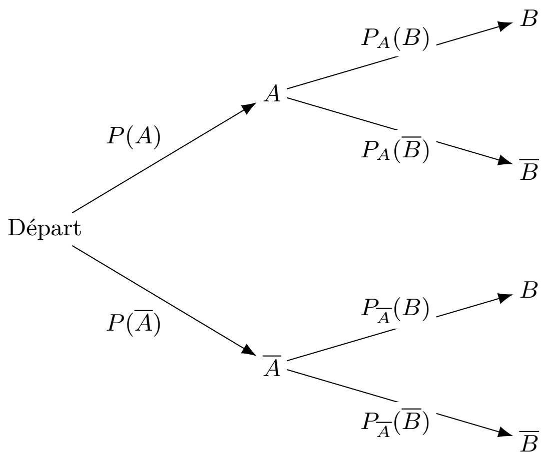
Si A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers, alors :

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B)$$

Donc :

$$P(B) = P(A)P_A(B) + P(\overline{A})P_{\overline{A}}(B)$$

11. Arbre pondéré



Règles importantes :

— Pour calculer la probabilité d'un chemin, on multiplie les probabilités des branches.

— Pour calculer une probabilité totale, on additionne les probabilités des chemins qui aboutissent à l'événement cherché.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$$

$$P(\overline{A} \cap B) = P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B)$$

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B)$$

Donc :

$$P(B) = P(A)P_A(B) + P(\overline{A})P_{\overline{A}}(B)$$

12. Variables aléatoires

Une variable aléatoire X associe un nombre à chaque issue d'une expérience aléatoire.
Loi de probabilité :

x_i	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	$\cdots$	p_n

On doit avoir :

$$p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1$$

Espérance :

$$E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \cdots + x_np_n$$

On peut écrire :

$$E(X) = \sum x_iP(X = x_i)$$

L'espérance représente la valeur moyenne attendue si l'expérience est répétée un très grand nombre de fois.

13. Algorithmique

Affectation :

$$A \leftarrow 5$$

Cela signifie que la variable A reçoit la valeur 5.
Boucle Pour :

```
Pour i allant de 1 à n faire
    instructions
Fin Pour
```

Boucle Tant que :

```
Tant que condition vraie faire
    instructions
Fin Tant que
```

Condition :

```
Si condition alors
    instructions
Sinon
    autres instructions
Fin Si
```

14. Tableau final des formules à retenir – Partie 1

Thème	Formule importante
Taux d'évolution	$$T = \frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100$$
Coefficient multiplicateur	$$CM = 1 + \frac{T}{100}$$
Valeur finale	$$V_f = V_i \times CM$$
Valeur initiale	$$V_i = \frac{V_f}{CM}$$
CM global	$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2 \times \cdots \times CM_n$$
Fonction affine	$$f(x) = ax + b$$
Coefficient directeur	$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$
Second degré	$$f(x) = ax^2 + bx + c$$
Discriminant	$$\Delta = b^2 - 4ac$$
Sommet	$$S(\alpha;\beta) \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{-b}{2a}$$

15. Tableau final des formules à retenir – Partie 2

Thème	Formule importante
Suite arithmétique	$u_n = u_0 + nr$
Suite géométrique	$u_n = u_0 q^n$
Moyenne pondérée	$\overline{x} = \dfrac{n_1 x_1 + \cdots + n_p x_p}{n_1 + \cdots + n_p}$
Probabilité contraire	$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
Probabilité conditionnelle	$P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$
Probabilités totales	$P(B) = P(A)P_A(B) + P(\overline{A})P_{\overline{A}}(B)$
Arbre pondéré	La probabilité d'un chemin se calcule en multipliant les probabilités des branches.
Espérance	$E(X) = \sum x_i P(X = x_i)$

Conseil révision : apprendre les formules, puis refaire des exercices courts sans regarder la correction.