

Révision complète – 1^{re} STI2D**Correction détaillée**

Pourcentages, fonctions, dérivation, suites, probabilités, produit scalaire, trigonométrie et algorithmique

Sans calculatrice

Partie 1 : Pourcentages, évolutions et calcul littéral

Exercice 1. Taux d'évolution

La valeur initiale est :

$$V_i = 80.$$

La valeur finale est :

$$V_f = 92.$$

Le taux d'évolution est :

$$T = \frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100.$$

Donc :

$$T = \frac{92 - 80}{80} \times 100.$$

$$T = \frac{12}{80} \times 100.$$

$$T = \frac{3}{20} \times 100 = 15.$$

Donc le taux d'évolution est :

$$15\%.$$

Comme la valeur augmente, il s'agit d'une hausse.

Hausse de 15%

Exercice 2. Évolutions successives

Une hausse de 20% correspond au coefficient multiplicateur :

$$CM_1 = 1 + \frac{20}{100} = \frac{6}{5}.$$

Une baisse de 10% correspond au coefficient multiplicateur :

$$CM_2 = 1 - \frac{10}{100} = \frac{9}{10}.$$

Le coefficient multiplicateur global est :

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2.$$

$$CM_{\text{global}} = \frac{6}{5} \times \frac{9}{10}.$$

$$CM_{\text{global}} = \frac{54}{50} = \frac{27}{25}.$$

Or :

$$\frac{27}{25} = 1,08.$$

Le taux global est :

$$T_{\text{global}} = (CM_{\text{global}} - 1) \times 100.$$

$$T_{\text{global}} = \left(\frac{27}{25} - 1 \right) \times 100.$$

$$T_{\text{global}} = \frac{2}{25} \times 100 = 8.$$

Donc :

$$\boxed{\text{Hausse globale de } 8\%}$$

Exercice 3. Calcul littéral

On développe :

$$A(x) = 3(x - 2) - 2(4 - x).$$

$$A(x) = 3x - 6 - 8 + 2x.$$

$$A(x) = 5x - 14.$$

Donc :

$$\boxed{A(x) = 5x - 14}$$

Résolution de $A(x) = 6$:

$$5x - 14 = 6.$$

$$5x = 20.$$

$$x = 4.$$

Donc :

$$\boxed{x = 4}$$

Résolution de $A(x) \geq 1$:

$$5x - 14 \geq 1.$$

$$5x \geq 15.$$

$$x \geq 3.$$

Donc :

$$\boxed{x \in [3; +\infty[}$$

Partie 2 : Fonctions affines et second degré**Exercice 4. Fonction affine**

On calcule le coefficient directeur :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

$$a = \frac{12 - 4}{5 - 1}.$$

$$a = \frac{8}{4} = 2.$$

Donc :

$$a = 2.$$

La droite a une équation de la forme :

$$y = 2x + b.$$

Comme $A(1; 4)$ appartient à la droite :

$$4 = 2 \times 1 + b.$$

$$4 = 2 + b.$$

$$b = 2.$$

Donc une équation de la droite est :

$$y = 2x + 2$$

L'image de 7 est :

$$f(7) = 2 \times 7 + 2 = 16.$$

$$f(7) = 16$$

Exercice 5. Second degré

On a :

$$f(x) = x^2 - 6x + 8.$$

Ici :

$$a = 1, \quad b = -6, \quad c = 8.$$

Le discriminant est :

$$\Delta = b^2 - 4ac.$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 8.$$

$$\Delta = 36 - 32 = 4.$$

Donc :

$$\Delta = 4 > 0.$$

Il y a deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

$$x_1 = \frac{6 - 2}{2} = 2.$$

$$x_2 = \frac{6 + 2}{2} = 4.$$

Donc :

$$\boxed{x_1 = 2 \quad \text{et} \quad x_2 = 4}$$

La factorisation est :

$$\boxed{f(x) = (x - 2)(x - 4)}$$

Comme $a > 0$, le trinôme est négatif ou nul entre les deux racines.

Donc :

$$f(x) \leq 0 \iff x \in [2; 4].$$

$$\boxed{S = [2; 4]}$$

Exercice 6. Ensemble de définition

La fonction est :

$$g(x) = \sqrt{-x^2 + 7x - 10}.$$

Pour que $g(x)$ existe, il faut :

$$-x^2 + 7x - 10 \geq 0.$$

On résout :

$$-x^2 + 7x - 10 = 0.$$

Ici :

$$a = -1, \quad b = 7, \quad c = -10.$$

Le discriminant est :

$$\Delta = 7^2 - 4 \times (-1) \times (-10).$$

$$\Delta = 49 - 40 = 9.$$

Les racines sont :

$$x_1 = \frac{-7 - \sqrt{9}}{2(-1)} = \frac{-7 - 3}{-2} = 5,$$

$$x_2 = \frac{-7 + \sqrt{9}}{2(-1)} = \frac{-7 + 3}{-2} = 2.$$

On les range dans l'ordre croissant :

$$2 \quad \text{et} \quad 5.$$

Comme $a = -1 < 0$, le trinôme est positif ou nul entre les racines.

Donc :

$$-x^2 + 7x - 10 \geq 0 \iff x \in [2; 5].$$

Ainsi :

$$D_g = [2; 5]$$

Partie 3 : Dérivation, tangente et variations

Exercice 7. Dérivées

Pour :

$$f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 7x - 1,$$

on obtient :

$$f'(x) = 12x^2 - 10x + 7.$$

Donc :

$$f'(x) = 12x^2 - 10x + 7$$

Pour :

$$g(x) = (3x - 1)^2,$$

on utilise la dérivée d'une fonction composée :

$$g'(x) = 2 \times 3(3x - 1).$$

Donc :

$$g'(x) = 6(3x - 1)$$

Pour :

$$h(x) = x^2(2x + 1),$$

on peut développer :

$$h(x) = 2x^3 + x^2.$$

Donc :

$$h'(x) = 6x^2 + 2x.$$

$$h'(x) = 6x^2 + 2x$$

Exercice 8. Tangente

On a :

$$f(x) = x^2 + 2x + 3.$$

Donc :

$$f'(x) = 2x + 2.$$

On calcule :

$$f(1) = 1^2 + 2 \times 1 + 3 = 6.$$

$$f'(1) = 2 \times 1 + 2 = 4.$$

L'équation de la tangente en $x = 1$ est :

$$y = f'(1)(x - 1) + f(1).$$

Donc :

$$y = 4(x - 1) + 6.$$

$$y = 4x - 4 + 6.$$

$$\boxed{y = 4x + 2}$$

Exercice 9. Variations

On a :

$$f(x) = x^2 - 4x + 1.$$

Donc :

$$f'(x) = 2x - 4.$$

On résout :

$$2x - 4 = 0.$$

$$2x = 4.$$

$$x = 2.$$

Le signe de $f'(x)$ est :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

Donc f est décroissante sur $] -\infty; 2]$, puis croissante sur $[2; +\infty[$.

Le minimum est atteint en $x = 2$.

$$f(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 1.$$

$$f(2) = 4 - 8 + 1 = -3.$$

Donc :

$$\boxed{\text{minimum} = -3 \text{ atteint pour } x = 2}$$

Partie 4 : Suites numériques

Exercice 10. Suite arithmétique

On a :

$$u_1 = 120.$$

Chaque jour, la production augmente de 15 pièces.

Donc la suite est arithmétique de raison :

$$r = 15.$$

Comme le premier terme est u_1 , on a :

$$u_n = u_1 + (n - 1)r.$$

Donc :

$$u_n = 120 + 15(n - 1).$$

Pour $n = 10$:

$$u_{10} = 120 + 15(10 - 1).$$

$$u_{10} = 120 + 15 \times 9.$$

$$u_{10} = 120 + 135 = 255.$$

Donc :

$$\boxed{u_{10} = 255}$$

Exercice 11. Suite géométrique

La machine perd 10% de sa valeur chaque année.

Le coefficient multiplicateur est :

$$q = 1 - \frac{10}{100}.$$

$$q = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}.$$

Donc la suite est géométrique de raison :

$$\boxed{q = \frac{9}{10}}$$

La valeur initiale est :

$$v_0 = 20\,000.$$

Donc :

$$\boxed{v_n = 20\,000 \left(\frac{9}{10}\right)^n}$$

On calcule :

$$v_3 = 20\,000 \left(\frac{9}{10}\right)^3.$$

$$v_3 = 20\,000 \times \frac{729}{1000}.$$

$$v_3 = 20 \times 729.$$

$$v_3 = 14\,580.$$

Donc :

$$\boxed{v_3 = 14\,580}$$

Exercice 12. Suite récurrente

On a :

$$u_0 = 50.$$

$$u_1 = \frac{6}{5}u_0 + 10.$$

$$u_1 = \frac{6}{5} \times 50 + 10.$$

$$u_1 = 60 + 10 = 70.$$

Donc :

$$u_1 = 70.$$

Ensuite :

$$u_2 = \frac{6}{5}u_1 + 10.$$

$$u_2 = \frac{6}{5} \times 70 + 10.$$

$$u_2 = 84 + 10 = 94.$$

Donc :

$$u_2 = 94.$$

Enfin :

$$u_3 = \frac{6}{5}u_2 + 10.$$

$$u_3 = \frac{6}{5} \times 94 + 10.$$

$$u_3 = \frac{564}{5} + 10.$$

$$u_3 = \frac{564}{5} + \frac{50}{5}.$$

$$u_3 = \frac{614}{5}.$$

Donc :

$$u_3 = \frac{614}{5}$$

L'algorithme affiche donc :

$$\frac{614}{5}$$

Exercice 13. Probabilités avec tableau

Il y a 40 élèves au total.

On calcule :

$$P(E) = \frac{22}{40}.$$

$$P(E) = \frac{11}{20}.$$

Donc :

$$\boxed{P(E) = \frac{11}{20}}$$

Ensuite :

$$P(F \cap N) = \frac{12}{40}.$$

$$P(F \cap N) = \frac{3}{10}.$$

Donc :

$$\boxed{P(F \cap N) = \frac{3}{10}}$$

On cherche :

$$P_F(N) = \frac{P(F \cap N)}{P(F)}.$$

Il y a 20 filles sur 40, donc :

$$P(F) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}.$$

Ainsi :

$$P_F(N) = \frac{\frac{12}{40}}{\frac{20}{40}}.$$

$$P_F(N) = \frac{12}{20}.$$

$$P_F(N) = \frac{3}{5}.$$

Donc :

$$\boxed{P_F(N) = \frac{3}{5}}$$

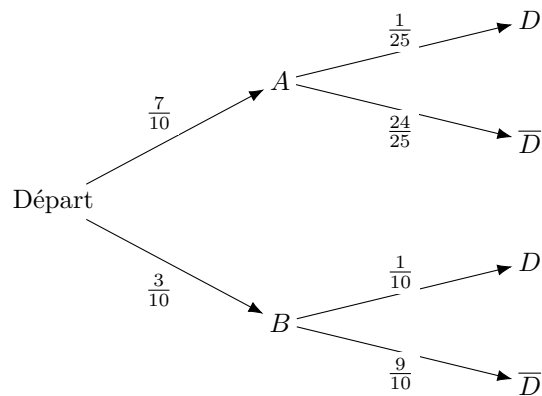
Exercice 14. Arbre pondéré

On a :

$$P(A) = \frac{7}{10}, \quad P(B) = \frac{3}{10}.$$

$$P_A(D) = \frac{1}{25}, \quad P_B(D) = \frac{1}{10}.$$

L'arbre pondéré est :



On calcule :

$$P(A \cap D) = P(A) \times P_A(D).$$

$$P(A \cap D) = \frac{7}{10} \times \frac{1}{25}.$$

$$P(A \cap D) = \frac{7}{250}.$$

Donc :

$$P(A \cap D) = \frac{7}{250}$$

Puis :

$$P(B \cap D) = P(B) \times P_B(D).$$

$$P(B \cap D) = \frac{3}{10} \times \frac{1}{10}.$$

$$P(B \cap D) = \frac{3}{100}.$$

Donc :

$$P(B \cap D) = \frac{3}{100}$$

Par la formule des probabilités totales :

$$P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D).$$

$$P(D) = \frac{7}{250} + \frac{3}{100}.$$

On met au même dénominateur :

$$\frac{7}{250} = \frac{14}{500} \quad \frac{3}{100} = \frac{15}{500}.$$

Donc :

$$P(D) = \frac{14}{500} + \frac{15}{500}.$$

$$P(D) = \frac{29}{500}.$$

Ainsi :

$$P(D) = \frac{29}{500}$$

On cherche :

$$P_D(B) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)}.$$

$$P_D(B) = \frac{\frac{3}{100}}{\frac{29}{500}}.$$

$$P_D(B) = \frac{3}{100} \times \frac{500}{29}.$$

$$P_D(B) = \frac{15}{29}.$$

Donc :

$$P_D(B) = \frac{15}{29}$$

Exercice 15. Variable aléatoire

On vérifie la somme des probabilités :

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}.$$

On met au même dénominateur :

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}, \quad \frac{1}{2} = \frac{4}{8}.$$

Donc :

$$\frac{2}{8} + \frac{4}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1.$$

Le tableau définit donc bien une loi de probabilité.

On calcule l'espérance :

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{4} + 50 \times \frac{1}{2} + 100 \times \frac{1}{8} + 200 \times \frac{1}{8}.$$

$$E(X) = 25 + \frac{100}{8} + \frac{200}{8}.$$

$$E(X) = 25 + \frac{25}{2} + 25.$$

$$E(X) = 50 + \frac{25}{2}.$$

$$E(X) = \frac{100}{2} + \frac{25}{2}.$$

$$E(X) = \frac{125}{2}.$$

Donc :

$$E(X) = \frac{125}{2}$$

Ce qui correspond à :

$$\frac{125}{2} = 62,5.$$

Interprétation : sur un grand nombre de parties, le gain moyen est de 62,5 euros.

Partie 6 : Géométrie, trigonométrie et algorithmique

Exercice 16. Produit scalaire

On calcule :

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A).$$

$$\overrightarrow{AB} = (5 - 1; 4 - 2).$$

$$\overrightarrow{AB} = (4; 2).$$

Ensuite :

$$\overrightarrow{AC} = (3 - 1; 8 - 2).$$

$$\overrightarrow{AC} = (2; 6).$$

Le produit scalaire est :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 \times 2 + 2 \times 6.$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 8 + 12 = 20.$$

Comme :

$$20 \neq 0,$$

les vecteurs ne sont pas orthogonaux.

Donc les droites (AB) et (AC) ne sont pas perpendiculaires.

Les droites ne sont pas perpendiculaires.

Exercice 17. Trigonométrie

Le triangle ABC est rectangle en A .

D'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

$$BC^2 = 6^2 + 8^2.$$

$$BC^2 = 36 + 64 = 100.$$

Donc :

$$BC = 10.$$

$$\boxed{BC = 10}$$

Pour l'angle \widehat{ABC} , le côté adjacent est AB et l'hypoténuse est BC .

Donc :

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC}.$$

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{6}{10}.$$

$$\boxed{\cos(\widehat{ABC}) = \frac{3}{5}}$$

Le côté opposé à l'angle \widehat{ABC} est AC .

Donc :

$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{BC}.$$

$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{8}{10}.$$

$$\boxed{\sin(\widehat{ABC}) = \frac{4}{5}}$$

Exercice 18. Algorithmique

Au départ :

$$U = 100 \quad N = 0.$$

Tant que $U < 200$, on ajoute 25 à U et 1 à N .

Étape	U	N
Départ	100	0
1	125	1
2	150	2
3	175	3
4	200	4

Lorsque $U = 200$, la condition $U < 200$ est fausse.

L'algorithme affiche donc :

$$\boxed{N = 4}$$

Interprétation : il faut 4 augmentations de 25 pour atteindre 200 à partir de 100.