Fiche de révision complète

1re STI2D – Mathématiques

Pourcentages, fonctions, second degré, dérivation, suites, probabilités, statistiques, trigonométrie et algorithmique

1. Pourcentages et évolutions

Lorsqu'une valeur passe de V_i à V_f, le taux d'évolution est :

$$t = \frac{V_f - V_i}{V_i}$$

Le taux en pourcentage est :

$$T = \frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100$$

Le coefficient multiplicateur est :

$$CM = 1 + t$$

Si le taux est donné en pourcentage T, alors :

$$CM = 1 + \frac{T}{100}$$

Hausse de $T\%$:

$$CM = 1 + \frac{T}{100}$$

Baisse de $T\%$:

$$CM = 1 - \frac{T}{100}$$

Valeur finale :

$$V_f = V_i \times CM$$

Valeur initiale :

$$V_i = \frac{V_f}{CM}$$

2. Évolutions successives

Pour plusieurs évolutions successives, on multiplie les coefficients multiplicateurs :

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2 \times \cdots \times CM_n$$

Le taux global est :

$$T_{\text{global}} = (CM_{\text{global}} - 1) \times 100$$

Exemple :
Une hausse de 20%, puis une baisse de 10% :

$$CM_{\text{global}} = 1{,}20 \times 0{,}90 = 1{,}08$$

Donc le taux global est :

$$T_{\text{global}} = (1{,}08 - 1) \times 100 = 8\%$$

Il s'agit donc d'une hausse globale de 8%.

3. Taux réciproque

Le coefficient multiplicateur réciproque est :

$$CM_{\text{réciproque}} = \frac{1}{CM}$$

Le taux réciproque est :

$$T_{\text{réciproque}} = \left(\frac{1}{CM} - 1\right) \times 100$$

Exemple :
Après une hausse de 25% :

$$CM = 1{,}25$$

Pour revenir à la valeur initiale :

$$CM_{\text{réciproque}} = \frac{1}{1{,}25} = 0{,}80$$

Donc il faut une baisse de :

$$20\%$$

4. Fonctions affines

Une fonction affine est une fonction de la forme :

$$f(x) = ax + b$$

- a est le coefficient directeur.
- b est l'ordonnée à l'origine.

Sens de variation :

Valeur de a	Variation de f
$a > 0$	f est croissante
$a < 0$	f est décroissante
$a = 0$	f est constante

Coefficient directeur entre deux points :
Si la droite passe par :

$$A(x_A; y_A) \qquad \text{et} \qquad B(x_B; y_B),$$

avec $x_A \neq x_B$, alors :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

5. Équation de droite

L'équation réduite d'une droite est :

$$y = ax + b$$

Méthode pour trouver l'équation d'une droite :

1. Calculer le coefficient directeur :
$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$
2. Remplacer x et y par les coordonnées d'un point.
3. Résoudre pour trouver b.

Équation cartésienne :

$$ax + by + c = 0$$

Un vecteur normal à la droite est :

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Un vecteur directeur est :

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$$

6. Fonctions du second degré

Une fonction du second degré est une fonction de la forme :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

avec :

$$a \neq 0$$

Le discriminant est :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Racines :

$$\Delta > 0 \Longrightarrow x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = 0 \Longrightarrow x_0 = \frac{-b}{2a}$$

$$\Delta < 0 \Longrightarrow \text{aucune racine réelle}$$

Sommet de la parabole :

$$\alpha = \frac{-b}{2a}$$

$$\beta = f(\alpha) = -\frac{\Delta}{4a}$$

Donc :

$$S(\alpha; \beta)$$

7. Signe d'un trinôme du second degré

Soit :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Si $\Delta > 0$:
Le trinôme est du signe de a à l'extérieur des racines, et du signe opposé de a entre les racines.

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
$f(x)$	signe a	0	signe $-a$	0	signe a

Si $\Delta = 0$:
Le trinôme garde le signe de a, sauf en x_0, où il vaut 0.

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	signe a	0	signe a

Si $\Delta < 0$:
Le trinôme garde toujours le signe de a.

8. Dérivation – Formules essentielles

Nombre dérivé :
Le nombre dérivé $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a.

Équation de la tangente :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

Dérivées de base :

$f(x)$	$f'(x)$
k	0
x	1
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations :

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = ku'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad \text{avec } v(x) \neq 0$$

9. Variations d'une fonction

Pour étudier les variations d'une fonction f, on étudie le signe de sa dérivée $f'(x)$.

$$f'(x) > 0 \Longrightarrow f \text{ est croissante}$$

$$f'(x) < 0 \Longrightarrow f \text{ est décroissante}$$

$$f'(x) = 0 \Longrightarrow \text{point critique possible}$$

Méthode :

1. Calculer $f'(x)$.
2. Factoriser $f'(x)$ si possible.
3. Étudier le signe de $f'(x)$.
4. Construire le tableau de variations.
5. Calculer les valeurs importantes.

10. Suites arithmétiques

Une suite (u_n) est arithmétique si on ajoute toujours le même nombre r :

$$u_{n+1} = u_n + r$$

Le nombre r est la raison.
Formules :
Si la suite commence à u_0 :

$$u_n = u_0 + nr$$

Si la suite commence à u_1 :

$$u_n = u_1 + (n-1)r$$

Formule générale :

$$u_n = u_p + (n-p)r$$

Somme des termes consécutifs :

$$u_p + u_{p+1} + \cdots + u_n = \frac{(n-p+1)(u_p+u_n)}{2}$$

11. Suites géométriques

Une suite (u_n) est géométrique si on multiplie toujours par le même nombre q :

$$u_{n+1} = qu_n$$

Le nombre q est la raison.

Formules :

Si la suite commence à u_0 :

$$u_n = u_0 q^n$$

Si la suite commence à u_1 :

$$u_n = u_1 q^{n-1}$$

Formule générale :

$$u_n = u_p q^{n-p}$$

Somme des termes consécutifs :

Si $q \neq 1$, alors :

$$u_p + u_{p+1} + \cdots + u_n = u_p \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}$$

Lien avec les pourcentages :

Une hausse de $T\%$ correspond à :

$$q = 1 + \frac{T}{100}$$

Une baisse de $T\%$ correspond à :

$$q = 1 - \frac{T}{100}$$

12. Statistiques

Moyenne simple :

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

Moyenne pondérée :

$$\overline{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \cdots + n_p x_p}{n_1 + n_2 + \cdots + n_p}$$

Médiane :

La médiane partage une série ordonnée en deux groupes de même effectif.

Étendue :

$$\text{Étendue} = \text{valeur maximale} - \text{valeur minimale}$$

Quartiles :

— Q_1 est le premier quartile.

— Q_3 est le troisième quartile.

— L'écart interquartile est :

$$Q_3 - Q_1$$

13. Probabilités – Formules essentielles

Soit A un événement.

Probabilité contraire :

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

Réunion et intersection :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Événements incompatibles :

Si $A \cap B = \varnothing$, alors :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Probabilité conditionnelle :

Si $P(A) \neq 0$, alors :

$$P_A(B) = P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Donc :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$$

Probabilités totales :

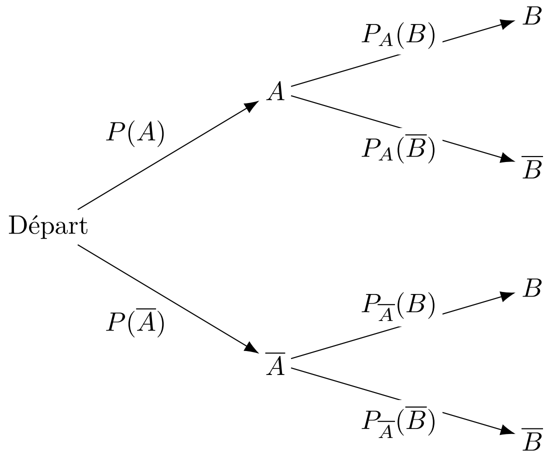
Si A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers :

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B)$$

Donc :

$$P(B) = P(A)P_A(B) + P(\overline{A})P_{\overline{A}}(B)$$

14. Arbre pondéré



Règles :

— La probabilité d'un chemin se calcule en multipliant les probabilités des branches.

— Une probabilité totale se calcule en additionnant plusieurs chemins.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$$

$$P(B) = P(A)P_A(B) + P(\overline{A})P_{\overline{A}}(B)$$

15. Variables aléatoires

Une variable aléatoire X associe un nombre à chaque issue d'une expérience aléatoire.

Loi de probabilité :

x_i	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	$\cdots$	p_n

On doit toujours avoir :

$$p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1$$

Espérance :

$$E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \cdots + x_np_n$$

Ou encore :

$$E(X) = \sum x_iP(X = x_i)$$

L'espérance représente la valeur moyenne attendue à long terme.

16. Produit scalaire

Dans un repère orthonormé, si :

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix},$$

alors :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$$

Avec l'angle θ formé par les deux vecteurs :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\theta)$$

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Donc :

$$\vec{u} \perp \vec{v} \iff xx' + yy' = 0$$

17. Trigonométrie dans un triangle rectangle

Dans un triangle rectangle :

$$\cos(\theta) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin(\theta) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\tan(\theta) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

Théorème de Pythagore :

Si le triangle ABC est rectangle en A, alors :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

18. Algorithmique

Affectation :

$$A \leftarrow 5$$

Cela signifie que la variable A reçoit la valeur 5.

Compteur :

$$N \leftarrow N + 1$$

Cela signifie que l'on augmente la valeur de N de 1.

Boucle Pour :

```
Pour i allant de 1 à n faire
    instructions
Fin Pour
```

Boucle Tant que :

```
Tant que condition vraie faire
    instructions
Fin Tant que
```

Condition :

```
Si condition alors
    instructions
Sinon
    autres instructions
Fin Si
```

19. Tableau final des formules à retenir – Partie 1

Thème	Formule importante
Taux d'évolution	$$T = \frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100$$
Coefficient multiplicateur	$$CM = 1 + \frac{T}{100}$$
Valeur finale	$$V_f = V_i \times CM$$
Valeur initiale	$$V_i = \frac{V_f}{CM}$$
CM global	$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2 \times \cdots \times CM_n$$
Fonction affine	$$f(x) = ax + b$$
Coefficient directeur	$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$
Second degré	$$f(x) = ax^2 + bx + c$$
Discriminant	$$\Delta = b^2 - 4ac$$
Tangente	$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

20. Tableau final des formules à retenir – Partie 2

Thème	Formule importante
Suite arithmétique	$u_n = u_0 + nr$
Suite géométrique	$u_n = u_0 q^n$
Moyenne pondérée	$\overline{x} = \dfrac{n_1 x_1 + \cdots + n_p x_p}{n_1 + \cdots + n_p}$
Probabilité contraire	$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
Probabilité conditionnelle	$P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$
Probabilités totales	$P(B) = P(A)P_A(B) + P(\overline{A})P_{\overline{A}}(B)$
Espérance	$E(X) = \sum x_i P(X = x_i)$
Produit scalaire	$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$
Produit scalaire avec angle	$\vec{u} \cdot \vec{v} = \Vert\vec{u}\Vert \Vert\vec{v}\Vert \cos(\theta)$
Trigonométrie	$\cos(\theta) = \dfrac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$

Conseil révision : apprendre les formules, puis refaire des exercices types sans regarder la correction.