

## SUJET 2

Épreuve anticipée de première - Candidats ayant suivi la spécialité

Durée conseillée : 2 heures

### Première partie : Automatismes - QCM

6 points

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée. Une seule réponse est correcte par question. Une réponse fautive ou l'absence de réponse ne retire aucun point. Chaque bonne réponse rapporte 0,5 point.

**Question 1.** On considère  $A = \frac{2}{3} - \frac{3}{\frac{1}{2}}$ . La valeur de  $A$  est :

- A.  $-\frac{16}{3}$                       B.  $-\frac{14}{3}$                       C.  $\frac{14}{3}$                       D.  $\frac{16}{3}$

**Question 2.** L'équation  $\frac{2x-3}{3} = \frac{3x-1}{2}$  admet pour solution :

- A.  $-\frac{3}{5}$                       B.  $\frac{3}{5}$                       C.  $-\frac{5}{3}$                       D.  $\frac{5}{3}$

**Question 3.** La forme développée et réduite de  $(2x-3)^2 - (-2x-3)^2$  est :

- A.  $-24x$                       B.  $24x$                       C.  $-12x$                       D.  $4x^2 - 9$

**Question 4.** Une factorisation de  $4(x-2)^2 - 9(x+1)^2$  est :

- A.  $(x-7)(7x+1)$                       B.  $-(x+7)(x-1)$                       C.  $(-x-7)(5x-1)$                       D.  $(x-7)(5x-1)$

**Question 5.** Une quantité augmente de 10 %, puis baisse de 20 %. Le taux d'évolution global est :

- A.  $-10\%$                       B.  $-12\%$                       C.  $+12\%$                       D.  $-8\%$

**Question 6.** Une quantité est multipliée par 0,85. Le taux d'évolution correspondant est :

- A.  $+85\%$                       B.  $-85\%$                       C.  $+15\%$                       D.  $-15\%$

**Question 7.** On considère la droite  $d_1 : x + 2y - 5 = 0$ . La droite  $d_2$  est perpendiculaire à  $d_1$  et passe par  $A(-1; 2)$ . Une équation de  $d_2$  est :

- A.  $y = 2x + 4$                       B.  $y = -2x$                       C.  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$                       D.  $y = 2x + 2$

**Question 8.** L'équation  $(x+3)(x-2) - (2-x)(3x+5) = 0$  admet pour ensemble de solutions :

- A.  $S = \{-2; 2\}$                       B.  $S = \{2\}$                       C.  $S = \{-2\}$                       D.  $S = \{-3; 2\}$

**Question 9.** Une suite arithmétique  $(u_n)$  vérifie  $u_0 = 3$  et sa raison est  $r = 2$ . Si  $u_n = 33$ , alors :

- A.  $n = 10$                       B.  $n = 12$                       C.  $n = 15$                       D.  $n = 18$

**Question 10.** Une suite géométrique  $(v_n)$  vérifie  $v_0 = 3$  et sa raison est  $q = 2$ . La valeur de  $v_4$  est :

- A. 11                      B. 24                      C. 48                      D. 96

**Question 11.** On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = 4x + \frac{1}{x}$ . Sa dérivée est :

- A.  $f'(x) = 4 + \frac{1}{x^2}$                       B.  $f'(x) = 4 - \frac{1}{x^2}$                       C.  $f'(x) = 4x - \frac{1}{x^2}$                       D.  $f'(x) = 4 - \frac{1}{x}$

**Question 12.** L'ensemble des solutions de l'inéquation  $e^{2x+3} \geq (e^{x-1})^{-2}$  est :

- A.  $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right[$                       B.  $\left]-\infty; -\frac{1}{4}\right]$                       C.  $\left[-\frac{5}{4}; +\infty\right[$                       D.  $\left]-\infty; -\frac{5}{4}\right]$

## Deuxième partie

14 points

### Exercice 1

3 points

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = x^2 - 5x + 6.$$

- Factoriser  $f(x)$ .
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $f(x) = 0$ .
- Étudier le signe de  $f(x)$  sur  $\mathbb{R}$ .
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation

$$x^2 - 5x + 6 \leq 0.$$

### Exercice 2

3 points

Dans une classe de première spécialité mathématiques, on interroge les élèves sur leur méthode de révision.

On sait que :

- 60 % des élèves utilisent des fiches ;
- parmi les élèves qui utilisent des fiches, 75 % réussissent le test ;
- parmi les élèves qui n'utilisent pas de fiches, 40 % réussissent le test.

On note  $F$  l'évènement « l'élève utilise des fiches » et  $R$  l'évènement « l'élève réussit le test ».

- Donner  $P(F)$ ,  $P_F(R)$  et  $P_{\bar{F}}(R)$ .
- Calculer  $P(F \cap R)$ .
- Calculer  $P(\bar{F} \cap R)$ .
- En déduire  $P(R)$ .
- On choisit au hasard un élève qui a réussi le test. Calculer  $P_R(F)$  sous forme de fraction irréductible.

### Exercice 3

3 points

Une chaîne de révision en ligne compte 1 200 abonnés au départ. Chaque mois, le nombre d'abonnés augmente de 8 %.

On note  $u_n$  le nombre d'abonnés après  $n$  mois. Ainsi  $u_0 = 1200$ .

- Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ .
- Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$ ? Préciser sa raison.
- Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- Calculer  $u_3$ . On donnera une valeur arrondie à l'unité.
- On considère le programme suivant :

```

u = 1200
n = 0
while u < 2000 :
    u = 1.08*u
    n = n + 1
print(n)

```

Que représente la valeur affichée par ce programme ?

#### Exercice 4

3 points

On considère la fonction  $g$  définie sur  $[-2; 5]$  par

$$g(x) = (-x^2 + 2x + 5)e^{-2x}.$$

1. Calculer  $g(-2)$ ,  $g(-1)$ ,  $g(4)$  et  $g(5)$ .
2. Montrer que, pour tout réel  $x$  de  $[-2; 5]$ ,

$$g'(x) = 2(x - 4)(x + 1)e^{-2x}.$$

3. Étudier le signe de  $g'(x)$  sur  $[-2; 5]$ .
4. Dresser le tableau de variations de  $g$  sur  $[-2; 5]$ .
5. Déterminer le maximum de  $g$  sur  $[-2; 5]$  et préciser pour quelle valeur de  $x$  il est atteint.

#### Exercice 5

2 points

Dans un repère orthonormé, on donne les points

$$A(-1; 3), \quad B(5; 5), \quad C(2; -2).$$

On considère aussi le point  $D(t; 2)$ , où  $t$  est un réel.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ .
2. Calculer  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ .
3. Les droites  $(AB)$  et  $(AC)$  sont-elles perpendiculaires ? Justifier.
4. Déterminer la valeur de  $t$  pour que les droites  $(AD)$  et  $(AC)$  soient perpendiculaires.
5. Déterminer une équation du cercle de diamètre  $[AB]$ .