

**Correction détaillée – Révision Bac 1<sup>re</sup> Spécialité Mathématiques**

Calculatrice interdite

**Partie 1 : Calculs, équations et inéquations****Exercice 1.** Correction

a)

$$4x - 28 = 0 \iff 4x = 28 \iff x = 7.$$

Donc :

$$S = \{7\}$$

b)

$$f(x) = \frac{2x + 9}{4x - 28}.$$

Une fraction est définie lorsque son dénominateur est non nul :

$$4x - 28 \neq 0.$$

Or :

$$4x - 28 = 0 \iff x = 7.$$

Donc :

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{7\}$$

**Exercice 2.** Correction

a)

$$2x^2 - 14x + 24 = 0.$$

On factorise :

$$2x^2 - 14x + 24 = 2(x^2 - 7x + 12) = 2(x - 3)(x - 4).$$

Donc :

$$2(x - 3)(x - 4) = 0.$$

Ainsi :

$$x = 3 \quad \text{ou} \quad x = 4.$$

Finalement :

$$S = \{3; 4\}$$

b)

$$f(x) = \frac{5x - 1}{2x^2 - 14x + 24}.$$

Le dénominateur ne doit pas s'annuler. D'après la question précédente :

$$2x^2 - 14x + 24 = 0 \iff x = 3 \text{ ou } x = 4.$$

Donc :

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{3; 4\}$$

**Exercice 3.** Correction

a)

$$12 - 3x \geq 0 \iff -3x \geq -12.$$

En divisant par  $-3$ , on change le sens de l'inégalité :

$$x \leq 4.$$

Donc :

$$S = ]-\infty; 4]$$

b)

$$f(x) = \sqrt{12 - 3x}.$$

Une racine carrée est définie lorsque son contenu est positif ou nul :

$$12 - 3x \geq 0.$$

Donc :

$$D_f = ] - \infty; 4]$$

**Exercice 4.** Correction

a)

$$-x^2 + 9x - 20 = -(x^2 - 9x + 20) = -(x - 4)(x - 5).$$

Les racines sont 4 et 5. Comme le coefficient dominant est négatif, le trinôme est positif entre les racines :

$$S = [4; 5]$$

b)

$$f(x) = \sqrt{-x^2 + 9x - 20}.$$

Il faut :

$$-x^2 + 9x - 20 \geq 0.$$

Donc :

$$D_f = [4; 5]$$

**Exercice 5.** Correction

On étudie le signe de :

$$(3x - 12)(-2x + 10)(4x + 8).$$

Les racines sont :

$$3x - 12 = 0 \iff x = 4,$$

$$-2x + 10 = 0 \iff x = 5,$$

$$4x + 8 = 0 \iff x = -2.$$

Donc les valeurs importantes sont :

$$-2, \quad 4, \quad 5.$$

$x$	$-\infty$	$-2$	$4$	$5$	$+\infty$
$3x - 12$	-	-	0	+	+
$-2x + 10$	+	+	+	0	-
$4x + 8$	-	0	+	+	+
Produit	+	0	-	0	-

Le produit est positif ou nul sur :

$$] - \infty; -2] \cup [4; 5]$$

Donc, pour :

$$f(x) = \sqrt{(3x - 12)(-2x + 10)(4x + 8)},$$

on obtient :

$$D_f = ] - \infty; -2] \cup [4; 5]$$

**Exercice 6.** Correction

$$\frac{e^{2x+3}(e^{x-1})^4}{e^{3x+5}} = \frac{e^{2x+3}e^{4x-4}}{e^{3x+5}} = \frac{e^{6x-1}}{e^{3x+5}}.$$

Donc :

$$\frac{e^{6x-1}}{e^{3x+5}} = e^{6x-1-(3x+5)} = e^{3x-6}.$$

Ainsi :

$$\boxed{\frac{e^{2x+3}(e^{x-1})^4}{e^{3x+5}} = e^{3x-6}}$$

### Exercice 7. Correction

a)

$$e^{-3x+4} \geq e^{x+12}.$$

Comme l'exponentielle est strictement croissante :

$$-3x + 4 \geq x + 12.$$

Donc :

$$-4x \geq 8.$$

En divisant par  $-4$ , on change le sens :

$$x \leq -2.$$

Ainsi :

$$\boxed{S = ] - \infty; -2]}$$

b)

$$e^{2x} - 7e^x + 10 = 0.$$

On pose  $X = e^x$ , avec  $X > 0$  :

$$X^2 - 7X + 10 = 0.$$

On factorise :

$$X^2 - 7X + 10 = (X - 2)(X - 5).$$

Donc :

$$X = 2 \quad \text{ou} \quad X = 5.$$

Ainsi :

$$e^x = 2 \quad \text{ou} \quad e^x = 5.$$

Donc :

$$\boxed{S = \{\ln(2); \ln(5)\}}$$

c)

$$3e^{-2x+5} - 3 > 0.$$

On divise par  $3 > 0$  :

$$e^{-2x+5} - 1 > 0.$$

Donc :

$$e^{-2x+5} > 1 = e^0.$$

Comme l'exponentielle est strictement croissante :

$$-2x + 5 > 0.$$

Donc :

$$x < \frac{5}{2}.$$

Ainsi :

$$\boxed{S = ] - \infty; \frac{5}{2}[}$$

## Partie 2 : Fonctions

**Exercice 8.** Correction

La courbe  $\mathcal{C}_1$  est une courbe de type cubique. La courbe  $\mathcal{C}_2$  est une parabole.

Or la dérivée d'une fonction cubique est une fonction du second degré, donc une parabole. De plus, les zéros de  $\mathcal{C}_2$  correspondent aux abscisses des extremums de  $\mathcal{C}_1$ .

Ainsi :

 $\mathcal{C}_1$  représente  $f$ 

et :

 $\mathcal{C}_2$  représente  $f'$ 
**Exercice 9.** Correction

$x$	-8	0	3	9
$f(x)$	-2 ↗	6 ↘	-4 ↗	8

a) Sur  $[0; 3]$ , la fonction descend de 6 à  $-4$ , donc elle est strictement décroissante.

Vraie

b) La valeur 1 est atteinte une fois sur chacun des intervalles  $[-8; 0]$ ,  $[0; 3]$  et  $[3; 9]$ . Il y a donc trois solutions.

Fausse

c) La valeur 7 est atteinte uniquement sur  $[3; 9]$ . Elle a donc un seul antécédent.

Fausse

d) La fonction passe de négatif à positif ou de positif à négatif sur chacun des trois intervalles. Elle s'annule donc trois fois.

Vraie

**Exercice 10.** Correction

a)

$$f(x) = 2x^4 - 7x^3 + 5x - 4 \Rightarrow f'(x) = 8x^3 - 21x^2 + 5$$

b) Sur  $\mathbb{R}^*$  :

$$f(x) = 4x + \frac{2}{x} \Rightarrow f'(x) = 4 - \frac{2}{x^2}$$

c)

$$f(x) = 3x^2 - 5 \Rightarrow f'(x) = 6x$$

d)

$$f(x) = 5x - 8 \Rightarrow f'(x) = 5$$

e)

$$f(x) = (6x - 5)^2 \Rightarrow f'(x) = 12(6x - 5)$$

f)

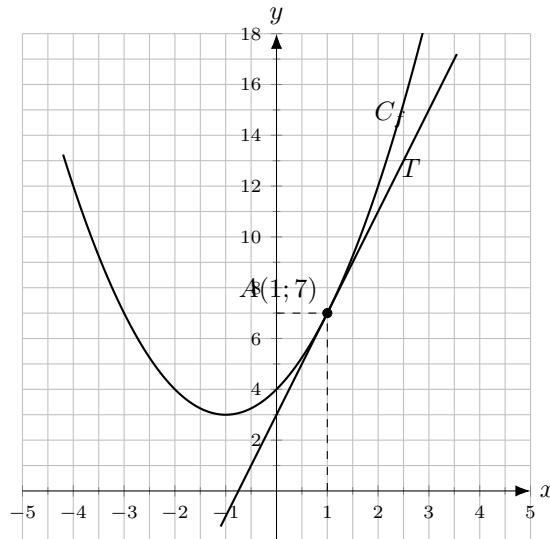
$$f(x) = (-4x + 3)^3 \Rightarrow f'(x) = -12(-4x + 3)^2$$

**Exercice 11.** Correction

$$f(x) = x^2 + 2x + 4.$$

La figure de l'exercice permet de lire la courbe  $C_f$ , la tangente  $T$  et le point de tangence :

$$A(1; 7).$$



a)

$$f'(x) = 2x + 2$$

b) On calcule :

$$f(1) = 1^2 + 2 \times 1 + 4 = 7.$$

Puis :

$$f'(1) = 2 \times 1 + 2 = 4.$$

Une équation de la tangente en  $x = 1$  est :

$$y = f'(1)(x - 1) + f(1).$$

Donc :

$$y = 4(x - 1) + 7 = 4x + 3.$$

Ainsi :

$$T : y = 4x + 3$$

c) Graphiquement, la tangente a pour coefficient directeur 4 et pour ordonnée à l'origine 3.

**Exercice 12.** Correction

1.

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1.$$

Elle est définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

$$f'(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3).$$

Donc  $f$  est croissante sur  $] -\infty; 1]$ , décroissante sur  $[1; 3]$ , puis croissante sur  $[3; +\infty[$ .

$$\boxed{\text{Croissante sur } ] -\infty; 1], \text{ décroissante sur } [1; 3], \text{ croissante sur } [3; +\infty[}$$

2.

$$f(x) = \frac{3x - 2}{5x + 1}.$$

Domaine :

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{5} \right\}$$

Dérivée :

$$f'(x) = \frac{3(5x + 1) - 5(3x - 2)}{(5x + 1)^2} = \frac{13}{(5x + 1)^2}.$$

Donc  $f'(x) > 0$  sur chaque intervalle de son domaine :

$$f \text{ est croissante sur } ] - \infty; -\frac{1}{5}[ \text{ et sur } ] -\frac{1}{5}; +\infty[$$

3.

$$f(x) = e^{-4x^2 + 8x}.$$

$$f'(x) = (-8x + 8)e^{-4x^2 + 8x}.$$

Comme l'exponentielle est strictement positive, le signe de  $f'$  est celui de  $-8x + 8$ . Donc :

$$f \text{ est croissante sur } ] - \infty; 1] \text{ puis décroissante sur } [1; +\infty[$$

4.

$$f(x) = (3x - 4)e^{-2x+1}.$$

$$f'(x) = 3e^{-2x+1} + (3x - 4)(-2e^{-2x+1}).$$

Donc :

$$f'(x) = e^{-2x+1}(11 - 6x).$$

Ainsi :

$$f \text{ est croissante sur } ] - \infty; \frac{11}{6}] \text{ puis décroissante sur } [\frac{11}{6}; +\infty[$$

5.

$$f(x) = 3e^{-x+2} - 5x + 1.$$

$$f'(x) = -3e^{-x+2} - 5 < 0.$$

Donc :

$$f \text{ est strictement décroissante sur } \mathbb{R}$$

### Partie 3 : Probabilités

**Exercice 13.** Correction

Il y a :

$$200\,000 + 100\,000 = 300\,000$$

personnes au total.

1.

$$P(M) = \frac{200\,000}{300\,000} = \frac{2}{3}.$$

Donc :

$$P(M) = \frac{2}{3}$$

et :

$$P(K) = \frac{1}{3}$$

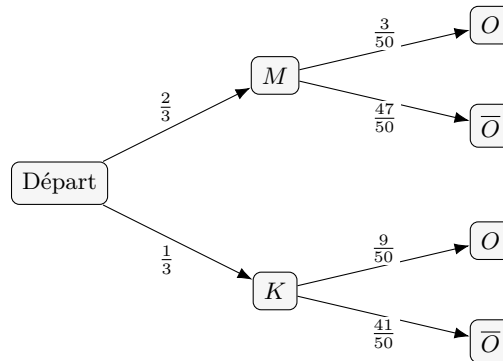
De plus :

$$P_M(O) = 6\% = \frac{6}{100} = \frac{3}{50}$$

et :

$$P_K(O) = 18\% = \frac{18}{100} = \frac{9}{50}.$$

L'arbre pondéré complété est :



2.

$$P(K \cap O) = P(K) \times P_K(O).$$

Donc :

$$P(K \cap O) = \frac{1}{3} \times \frac{9}{50} = \frac{9}{150} = \frac{3}{50}.$$

Ainsi :

$$P(K \cap O) = \frac{3}{50}$$

3.

$$P(M \cap O) = P(M) \times P_M(O).$$

Donc :

$$P(M \cap O) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{50} = \frac{6}{150} = \frac{1}{25}.$$

D'après la formule des probabilités totales :

$$P(O) = P(M \cap O) + P(K \cap O).$$

Ainsi :

$$P(O) = \frac{1}{25} + \frac{3}{50} = \frac{2}{50} + \frac{3}{50} = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}.$$

Donc :

$$P(O) = \frac{1}{10}$$

4. On cherche la probabilité que le praticien soit kinésithérapeute sachant qu'il pratique l'ostéopathie :

$$P_O(K) = \frac{P(K \cap O)}{P(O)}.$$

Donc :

$$P_O(K) = \frac{\frac{3}{50}}{\frac{1}{10}} = \frac{3}{50} \times 10 = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}.$$

Ainsi :

$$P_O(K) = \frac{3}{5}$$

1.

$$18 + 22 + ? = 100.$$

Donc :

$$? = 60.$$

Ainsi :

$$\boxed{60}$$

2.

$$P(B \cap M) = \frac{35}{180} = \frac{7}{36}.$$

Donc :

$$\boxed{P(B \cap M) = \frac{7}{36}}$$

3.

$$P(M) = \frac{80}{180} = \frac{4}{9}.$$

Donc :

$$\boxed{P(M) = \frac{4}{9}}$$

4.

$$P(B \cup M) = P(B) + P(M) - P(B \cap M).$$

Donc :

$$P(B \cup M) = \frac{57}{180} + \frac{80}{180} - \frac{35}{180} = \frac{102}{180} = \frac{17}{30}.$$

Ainsi :

$$\boxed{P(B \cup M) = \frac{17}{30}}$$

5.

$$P_M(A) = \frac{24}{80} = \frac{3}{10}.$$

Donc :

$$\boxed{P_M(A) = \frac{3}{10}}$$

6.

$$P(S) = \frac{100}{180} = \frac{5}{9}.$$

Donc :

$$\boxed{P(S) = \frac{5}{9}}$$

7. Les formules avec dessert sont B et C :

$$57 + 81 = 138.$$

La proportion est :

$$\frac{138}{180} = \frac{23}{30}.$$

Or :

$$\frac{23}{30} > \frac{3}{4}$$

car :

$$4 \times 23 = 92 > 90 = 3 \times 30.$$

Donc :

$$\boxed{\text{Oui, elle a raison.}}$$

**Exercice 15.** Correction

1.

$$0,28 + 0,23 + a + 0,15 + 0,05 = 1.$$

Donc :

$$0,71 + a = 1.$$

Ainsi :

$$\boxed{a = 0,29}$$

Puis :

$$P(X \geq 2) = 0,29 + 0,15 + 0,05 = 0,49.$$

Donc :

$$\boxed{P(X \geq 2) = 0,49}$$

2.

$$E(X) = 0 \times 0,28 + 1 \times 0,23 + 2 \times 0,29 + 3 \times 0,15 + 4 \times 0,05.$$

Donc :

$$E(X) = 1,46.$$

Ainsi :

$$\boxed{E(X) = 1,46}$$

3.

$$E(X^2) = 0^2 \times 0,28 + 1^2 \times 0,23 + 2^2 \times 0,29 + 3^2 \times 0,15 + 4^2 \times 0,05.$$

Donc :

$$E(X^2) = 3,54.$$

Alors :

$$V(X) = 3,54 - 1,46^2.$$

Comme :

$$3,54 = \frac{177}{50} \quad \text{et} \quad 1,46 = \frac{73}{50},$$

on obtient :

$$V(X) = \frac{177}{50} - \left(\frac{73}{50}\right)^2 = \frac{8850 - 5329}{2500} = \frac{3521}{2500}.$$

Donc :

$$\boxed{V(X) = \frac{3521}{2500}}$$

et l'écart-type est :

$$\boxed{\sigma(X) = \sqrt{\frac{3521}{2500}} = \frac{\sqrt{3521}}{50}}$$

4. L'algorithme ajoute successivement les quantités :

$$i \times P(X = i)$$

pour  $i = 0, 1, 2, 3$  et  $4$ . Il calcule donc bien :

$$\boxed{E(X) = \sum_{i=0}^4 iP(X = i)}$$

**Exercice 16.** Correction

$$P(A) = 0,30, \quad P(B) = 0,20, \quad P(C) = 0,50.$$

1. L'arbre pondéré est donné par :

$$A : 0,30, \quad B : 0,20, \quad C : 0,50.$$

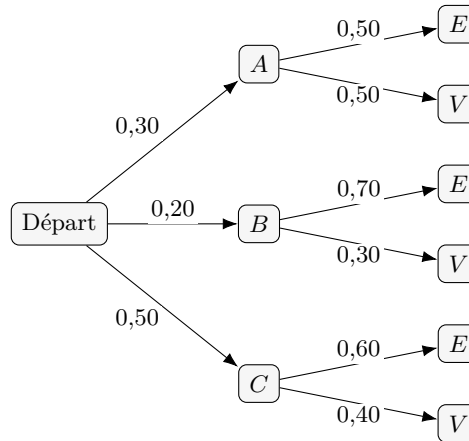
Puis :

$$P_A(E) = 0,50, \quad P_A(V) = 0,50,$$

$$P_B(E) = 0,70, \quad P_B(V) = 0,30,$$

$$P_C(E) = 0,60, \quad P_C(V) = 0,40.$$

On peut représenter la situation par l'arbre suivant :



2.

$$P_A(E) = 0,50$$

et :

$$P_A(V) = 0,50$$

3.

$$P(A \cap E) = 0,30 \times 0,50 = 0,15.$$

Donc :

$$P(A \cap E) = 0,15$$

4.

$$P(C \cap E) = 0,50 \times 0,60 = 0,30.$$

Et :

$$P(E) = 0,30 \times 0,50 + 0,20 \times 0,70 + 0,50 \times 0,60 = 0,59.$$

Donc :

$$P(C \cap E) = 0,30$$

$$P(E) = 0,59$$

5.

$$P_C(E) = 0,60$$

6.

$$P(C)P(E) = 0,50 \times 0,59 = 0,295.$$

Or :

$$P(C \cap E) = 0,30.$$

Donc :

$$0,30 \neq 0,295.$$

Ainsi :

$$E \text{ et } C \text{ ne sont pas indépendants.}$$

7. La loi de  $X$  est :

$X$	20	26	27	33	38	45
$P(X)$	0,15	0,06	0,15	0,14	0,20	0,30

Alors :

$$E(X) = 20 \times 0,15 + 26 \times 0,06 + 27 \times 0,15 + 33 \times 0,14 + 38 \times 0,20 + 45 \times 0,30.$$

Donc :

$$E(X) = 34,33.$$

Sur 40 semaines :

$$40 \times 34,33 = 1373,2.$$

Ainsi :

$$\boxed{1373,2 \text{ points}}$$

#### Partie 4 : Suites

##### Exercice 17. Correction

1.

$$u_n = 4n^2 + 2.$$

Donc :

$$u_0 = 2, \quad u_1 = 6, \quad u_2 = 18, \quad u_3 = 38.$$

Ainsi :

$$\boxed{u_0 = 2, u_1 = 6, u_2 = 18, u_3 = 38}$$

2.

$$u_{n+1} = 4(n+1)^2 + 2 = 4n^2 + 8n + 6.$$

Donc :

$$\boxed{u_{n+1} = 4n^2 + 8n + 6}$$

##### Exercice 18. Correction

$$u_n = (3n+2)^2 + 2 = 9n^2 + 12n + 6.$$

Donc :

$$u_n = 3(3n^2 + 4n + 2).$$

Ainsi :

$$\boxed{u_n \text{ est un multiple de } 3}$$

##### Exercice 19. Correction

$$5 < 9 < 12 < 20 < 21.$$

a)

$\boxed{\text{Faux}}$

b)

$\boxed{\text{Vrai}}$

c) Quelques termes ne permettent pas d'affirmer une propriété pour tous les rangs.

$\boxed{\text{Faux}}$

**Exercice 20.** Correction

$$u_n = 3n - 7.$$

Donc :

$$u_{n+1} = 3(n+1) - 7 = 3n - 4.$$

Alors :

$$u_{n+1} - u_n = (3n - 4) - (3n - 7) = 3.$$

Comme  $3 > 0$  :

$$(u_n) \text{ est strictement croissante.}$$

**Exercice 21.** Correction

$$u_0 = 2, \quad u_{n+1} = 3u_n - 1.$$

Donc :

$$u_1 = 5, \quad u_2 = 14, \quad u_3 = 41.$$

Ainsi :

$$u_0 = 2, \quad u_1 = 5, \quad u_2 = 14, \quad u_3 = 41$$

**Exercice 22.** Correction

1. Suite arithmétique :

$$u_{n+1} = u_n + 4$$

$$u_n = 8 + 4n$$

Le quatrième terme est :

$$u_3 = 20.$$

Donc :

$$u_3 = 20$$

2. Suite géométrique :

$$u_{n+1} = 2u_n$$

$$u_n = 3 \times 2^n$$

Le quatrième terme est :

$$u_3 = 24.$$

Donc :

$$u_3 = 24$$

**Exercice 23.** Correction

1.

$$u_0 = 15, \quad u_1 = 21$$

2.

$$u_{n+1} = u_n + 6$$

3. La suite est arithmétique de raison 6 :

$$(u_n) \text{ est arithmétique de raison } 6$$

4.

$$u_n = 15 + 6n$$

5. Paul a actuellement 8 ans. Pour ses 12 ans :

$$n = 12 - 8 = 4.$$

Donc :

$$u_4 = 15 + 6 \times 4 = 39.$$

Ainsi :

$$\boxed{39 \text{ euros}}$$

6. De 8 ans à 18 ans inclus, il y a 11 anniversaires, donc on calcule :

$$u_0 + \dots + u_{10}.$$

Or :

$$u_{10} = 15 + 6 \times 10 = 75.$$

Donc :

$$S = \frac{11(15 + 75)}{2} = 495.$$

Ainsi :

$$\boxed{495 \text{ euros}}$$

### Exercice 24. Correction

Étape	V
Initialisation	2
1	5
2	14
3	41
4	122

Donc :

$$\boxed{V = 122}$$

### Exercice 25. Correction

1.

$$u_1 = 0,5 \times 120 + 80 = 140, \quad u_2 = 0,5 \times 140 + 80 = 150.$$

Donc :

$$\boxed{u_1 = 140, \quad u_2 = 150}$$

2.

$$\boxed{u_{n+1} = 0,5u_n + 80}$$

3.

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 160 = 0,5u_n + 80 - 160 = 0,5u_n - 80.$$

Or :

$$0,5(u_n - 160) = 0,5u_n - 80.$$

Donc :

$$v_{n+1} = 0,5v_n.$$

Ainsi :

$$\boxed{(v_n) \text{ est géométrique de raison } 0,5}$$

4.

$$v_0 = 120 - 160 = -40.$$

Donc :

$$\boxed{v_n = -40 \times 0,5^n}$$

et :

$$\boxed{u_n = 160 - 40 \times 0,5^n}$$

5.

$$u_n = 160 - 40 \times 0,5^n$$

6. Comme  $0,5^n$  décroît,  $-40 \times 0,5^n$  augmente vers 0. Donc  $u_n$  augmente vers 160.

$$(u_n) \text{ est croissante.}$$

7. Comme  $u_n < 160$  pour tout  $n$ , la capacité de 160 oiseaux est suffisante.

$$\text{Oui}$$

8.

$$160 - 40 \times 0,5^n > 150$$

équivalent à :

$$0,5^n < \frac{1}{4}.$$

Or :

$$\frac{1}{4} = 0,5^2.$$

Donc le premier entier qui convient est :

$$n = 3$$

### Partie 5 : Trigonométrie, droites, produit scalaire

#### Exercice 26. Correction

#### II. Valeurs remarquables

1)

$$\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

2)

$$\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

3)

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

4)

$$\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

5)

$$\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

6)

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

7)

$$\cos(\pi) = -1$$

8)

$$\frac{17\pi}{4} = 4\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow \cos\left(\frac{17\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

### III. Équations trigonométriques

1.

$$S = \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right\}$$

2.

$$S = \left\{ \frac{\pi}{4} \right\}$$

3.

$$S = \left\{ -\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right\}$$

4.

$$S = \left\{ -\frac{\pi}{4} \right\}$$

5.

$$S = \left\{ -\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right\}$$

6.

$$S = \left\{ \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6} \right\}$$

7.

$$S = \emptyset$$

8.

$$S = \left\{ -\frac{5\pi}{6}; -\frac{\pi}{6} \right\}$$

9.

$$S = \emptyset$$

10.

$$S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right\}$$

### IV. Simplifications

$$\cos(-x) = \cos(x)$$

$$\sin(-x) = -\sin(x)$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos(x)$$

$$\sin(\pi - x) = \sin(x)$$

$$\cos(\pi + x) = -\cos(x)$$

$$\sin(\pi + x) = -\sin(x)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$$

#### Exercice 27. Correction

$$(d) : 4x - 3y + 6 = 0, \quad (d') : y = -2x + 5.$$

**I. Droite (d)**1. Pour  $A(1; 2)$  :

$$4 \times 1 - 3 \times 2 + 6 = 4 \neq 0.$$

Donc :

$$\boxed{A \notin (d)}$$

2. Pour  $x = 4$  :

$$16 - 3y + 6 = 0 \iff y = \frac{22}{3}.$$

Donc :

$$\boxed{B\left(4; \frac{22}{3}\right)}$$

3. Sur l'axe des abscisses,  $y = 0$  :

$$4x + 6 = 0 \iff x = -\frac{3}{2}.$$

Donc :

$$\boxed{B\left(-\frac{3}{2}; 0\right)}$$

4. Sur l'axe des ordonnées,  $x = 0$  :

$$-3y + 6 = 0 \iff y = 2.$$

Donc :

$$\boxed{C(0; 2)}$$

5. Un vecteur directeur est :

$$\boxed{\vec{u}(3; 4)}$$

6. Un vecteur normal est :

$$\boxed{\vec{n}(4; -3)}$$

**II. Droite (d')**7. Pour  $A(1; 2)$  :

$$-2 \times 1 + 5 = 3 \neq 2.$$

Donc :

$$\boxed{A \notin (d')}$$

8. Pour  $x = 4$  :

$$y = -2 \times 4 + 5 = -3.$$

Donc :

$$\boxed{D(4; -3)}$$

9. Sur l'axe des abscisses,  $y = 0$  :

$$0 = -2x + 5 \iff x = \frac{5}{2}.$$

Donc :

$$\boxed{B\left(\frac{5}{2}; 0\right)}$$

10. Sur l'axe des ordonnées,  $x = 0$  :

$$y = 5.$$

Donc :

$$\boxed{C(0; 5)}$$

11. Un vecteur directeur est :

$$\boxed{\vec{u}(1; -2)}$$

12. Un vecteur normal est :

$$\boxed{\vec{n}(2; 1)}$$

### III. Positions relatives

Les vecteurs directeurs sont :

$$\vec{u}(3; 4), \quad \vec{v}(1; -2).$$

Le déterminant vaut :

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = 3 \times (-2) - 4 \times 1 = -10.$$

Comme il est non nul, les droites sont sécantes :

$$\boxed{(d) \text{ et } (d') \text{ sont sécantes.}}$$

Point d'intersection :

$$4x - 3(-2x + 5) + 6 = 0.$$

Donc :

$$10x - 9 = 0 \iff x = \frac{9}{10}.$$

Puis :

$$y = -2 \times \frac{9}{10} + 5 = \frac{16}{5}.$$

Donc :

$$\boxed{I\left(\frac{9}{10}; \frac{16}{5}\right)}$$

### IV. Projeté orthogonal et cercle

$$A(-1; 2), \quad B(5; -4).$$

$$\vec{AB}(6; -6).$$

La pente de  $(AB)$  vaut :

$$\frac{-4 - 2}{5 - (-1)} = -1.$$

Donc :

$$\boxed{(AB) : y = -x + 1}$$

ou :

$$\boxed{x + y - 1 = 0}$$

La droite perpendiculaire à  $(AB)$  passant par  $C(2; 3)$  a pour pente 1 :

$$y = x + b.$$

Comme elle passe par  $C(2; 3)$  :

$$3 = 2 + b \iff b = 1.$$

Donc :

$$\boxed{(d_1) : y = x + 1}$$

Le projeté orthogonal  $H$  vérifie :

$$\begin{cases} y = -x + 1 \\ y = x + 1 \end{cases}$$

Donc :

$$x = 0, \quad y = 1.$$

Ainsi :

$$\boxed{H(0; 1)}$$

Le cercle de diamètre  $[AB]$  a pour centre :

$$\Omega \left( \frac{-1+5}{2}; \frac{2-4}{2} \right) = (2; -1).$$

Et :

$$AB^2 = 6^2 + (-6)^2 = 72.$$

Donc :

$$r^2 = \frac{AB^2}{4} = 18.$$

Ainsi :

$$\boxed{(x-2)^2 + (y+1)^2 = 18}$$

Le cercle de centre  $H(0;1)$  passant par  $C(2;3)$  a pour rayon vérifiant :

$$HC^2 = (2-0)^2 + (3-1)^2 = 8.$$

Donc :

$$\boxed{x^2 + (y-1)^2 = 8}$$

### Exercice 28. Correction

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}).$$

Donc :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 6 \times 3 \times \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 18 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}.$$

Ainsi :

$$\boxed{\vec{u} \cdot \vec{v} = 9\sqrt{3}}$$

### Exercice 29. Correction

Dans un rectangle :

$$\vec{AB} \perp \vec{AD}.$$

Donc :

$$\boxed{\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 0}$$

### Exercice 30. Correction

$$A(1;1), \quad B(2;4), \quad C(3;2).$$

a)

$$\vec{AC}(3-1; 2-1) = (2; 1).$$

Donc :

$$\boxed{\vec{AC}(2; 1)}$$

$$\vec{BC}(3-2; 2-4) = (1; -2).$$

Donc :

$$\boxed{\vec{BC}(1; -2)}$$

b)

$$\vec{AC} \cdot \vec{BC} = 2 \times 1 + 1 \times (-2) = 0.$$

Donc :

$$\boxed{\vec{AC} \cdot \vec{BC} = 0}$$

c) Les vecteurs sont orthogonaux, donc :

$$\boxed{(AC) \perp (BC)}$$

**Exercice 31.** Correction

$$\vec{u}(-2; 5), \quad \vec{v}\left(4; -\frac{3}{2}\right).$$

a)

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (-2) \times 4 + 5 \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -8 - \frac{15}{2} = -\frac{31}{2}.$$

Donc :

$$\boxed{\vec{u} \cdot \vec{v} = -\frac{31}{2}}$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{(-2)^2 + 5^2} = \sqrt{29}.$$

Donc :

$$\boxed{\|\vec{u}\| = \sqrt{29}}$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{4^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{16 + \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{73}}{2}.$$

Donc :

$$\boxed{\|\vec{v}\| = \frac{\sqrt{73}}{2}}$$

b)

$$\cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|} = \frac{-\frac{31}{2}}{\sqrt{29} \times \frac{\sqrt{73}}{2}}.$$

Donc :

$$\boxed{\cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = -\frac{31}{\sqrt{2117}}}$$

c) On a :

$$\cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = -\frac{31}{\sqrt{2117}} < 0.$$

Or, dans un repère orthonormé, si le cosinus d'un angle est négatif, alors l'angle est obtus. Donc :

$$\boxed{\widehat{\vec{u}, \vec{v}} \text{ est un angle obtus.}}$$