

Fiche de révision

Vecteurs, droites et plans de l'espace

1. Repère de l'espace et coordonnées

- Repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
- Un point M a pour coordonnées $M(x_M, y_M, z_M)$.
- $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$.
- Un vecteur $\vec{u}(a, b, c)$ s'écrit $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$.

2. Norme, distance, milieu

- Norme : $\|\vec{u}(a, b, c)\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.
- Distance AB : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.
- Milieu : $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}, \frac{z_A + z_B}{2}\right)$.

3. Vecteurs, translation, colinéarité

Translation

- La translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ envoie $M(x, y, z)$ sur $M'(x + a, y + b, z + c)$ si $\overrightarrow{AB} = (a, b, c)$.

Colinéarité

- Deux vecteurs $\vec{u}(a, b, c)$ et $\vec{v}(a', b', c')$ sont colinéaires ssi $(a', b', c') = (\lambda a, \lambda b, \lambda c)$ pour un réel λ .

4. Coplanaires, indépendance, base

- Trois vecteurs sont **coplanaires** si l'un est combinaison linéaire des deux autres.
- Ils sont **linéairement indépendants** si $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v} + \gamma\vec{w} = \vec{0}$ implique $\alpha = \beta = \gamma = 0$.
- **Base de l'espace** : famille de 3 vecteurs linéairement indépendants, par exemple $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

5. Droites de l'espace

- Une droite d : point $A(x_A, y_A, z_A)$ et vecteur directeur $\vec{u}(a, b, c) \neq \vec{0}$.
- Représentation paramétrique :

$$d : \begin{cases} x = x_A + at \\ y = y_A + bt \\ z = z_A + ct \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

- Positions relatives de deux droites : parallèles, sécantes ou gauches (non coplanaires).

6. Plans

- Un plan $\mathcal{P}$: point A et vecteurs non colinéaires $\vec{u}, \vec{v}$, avec $\overrightarrow{AM} = \lambda\vec{u} + \mu\vec{v}$.
- Avec un vecteur normal $\vec{n}(a, b, c)$, une équation cartésienne de $\mathcal{P}$ est $ax + by + cz + d = 0$.
- Deux plans : parallèles/confondus si leurs vecteurs normaux sont colinéaires, sinon sécants.