

Ch. 3 - Orthogonalité et distances dans l'espace

Mini-quiz (QCM)

Questions

Q1. Dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère $\vec{u}(1, 2, -1)$ et $\vec{v}(2, 4, -2)$.

- a) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.
- b) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.
- c) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont ni colinéaires ni orthogonaux.

Q2. Pour deux vecteurs $\vec{u}(a, b, c)$ et $\vec{v}(a', b', c')$, le produit scalaire dans l'espace est :

- a) $\vec{u} \cdot \vec{v} = aa' + bb' + cc'$
- b) $\vec{u} \cdot \vec{v} = ab' + ac' + bc'$
- c) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$

Q3. Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux ssi :

- a) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$
- b) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$
- c) $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$

Q4. Un vecteur normal au plan

$$P : 3x - y + 2z + 1 = 0$$

est :

- a) $(3, -1, 2)$
- b) $(1, 3, 2)$
- c) $(3, 1, -2)$

Q5. La projection orthogonale d'un point M sur un plan P est :

- a) un point de P le plus proche de M
- b) un point quelconque de P
- c) l'intersection de P avec une droite parallèle à P passant par M

Q6. La distance d'un point $M(x_0, y_0, z_0)$ à un plan

$$P : ax + by + cz + d = 0$$

est :

- a) $|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|$
- b) $\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$
- c) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Q7. La projection de $\vec{v}$ sur $\vec{u} \neq \vec{0}$ est :

- a) $\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{v}\|^2} \vec{v}$
- b) $\frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\|\vec{u}\|^2} \vec{u}$
- c) $\vec{u} + \vec{v}$

Q8. Si deux plans ont des vecteurs normaux colinéaires, alors ils sont :

- a) toujours sécants
- b) parallèles ou confondus
- c) perpendiculaires

Q9. La distance d'un point à une droite est :

- a) la longueur du segment reliant le point à n'importe quel point de la droite
- b) la longueur du segment reliant le point à son projeté orthogonal sur la droite
- c) toujours égale à 0

Q10. Dans $\mathbb{R}^3$, une base orthonormée est une base :

- a) de trois vecteurs de même norme
- b) de trois vecteurs orthogonaux deux à deux et de norme 1
- c) de deux vecteurs orthogonaux

Corrigé rapide

Q1 : b) (les coordonnées de $\vec{v}$ sont le double de celles de $\vec{u}$)

Q2 : a) $\vec{u} \cdot \vec{v} = aa' + bb' + cc'$

Q3 : a) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

Q4 : a) $(3, -1, 2)$

Q5 : a) point de P le plus proche de M

Q6 : b) $d(M, P) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

Q7 : b) $\vec{p} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\|\vec{u}\|^2} \vec{u}$

Q8 : b) plans parallèles ou confondus

Q9 : b) longueur du segment reliant le point à son projeté orthogonal

Q10 : b) trois vecteurs orthogonaux deux à deux et de norme 1.