Les volumes – Exercices

Thèmes : centimètre cube • cubes unité • comparaison • couches • colonnes • cubes cachés • assemblages • problèmes.
Objectif : maîtriser strictement les attendus officiels de 6e sur les volumes, avec une seule passerelle clairement identifiée vers la 5e.

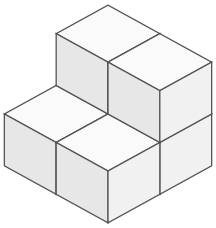
Exercice 1 — Comprendre le centimètre cube *

Répondre sans calculatrice.

1. Que mesure un volume : une longueur, une surface ou l'espace occupé par un solide ?
2. Un cube de 1 cm d'arête a quel volume ?
3. Quelle unité convient : cm, cm^2 ou cm^3 pour le volume d'un assemblage de petits cubes ?
4. Un solide est formé de 7 cubes de 1 cm^3. Quel est son volume ?
5. Un solide est formé de 12 cubes de 1 cm^3. Quel est son volume ?

Exercice 2 — Compter un petit assemblage *

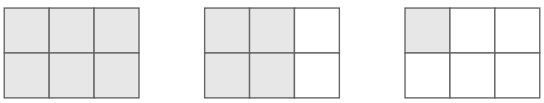
Chaque petit cube a un volume de 1 cm^3.



1. Combien de cubes composent l'assemblage ?
2. Quel est son volume en cm^3 ?
3. Si on ajoute un cube, quel devient le volume ?
4. Si on retire deux cubes à l'assemblage initial, quel volume reste-t-il ?

Exercice 3 — Compter par couches *

Les schémas montrent les trois couches d'un même assemblage, de bas en haut.

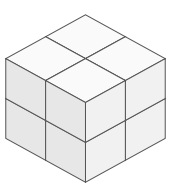


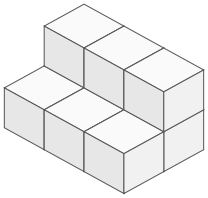
Couche 1 Couche 2 Couche 3

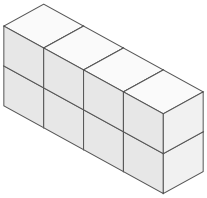
1. Combien de cubes y a-t-il dans la couche 1 ?
2. Dans la couche 2 ?
3. Dans la couche 3 ?
4. Calculer le nombre total de cubes.
5. Donner le volume en cm^3.

Exercice 4 — Comparer trois volumes *

Chaque petit cube vaut 1 cm³.







1. Déterminer le volume du solide A.
2. Déterminer le volume du solide B.
3. Déterminer le volume du solide C.
4. Classer A, B et C du plus petit au plus grand volume.

Exercice 5 — Lire une vue de dessus avec hauteurs *

Chaque case correspond à une position au sol ; le nombre indique la hauteur de la colonne de cubes.

Vue de dessus : hauteur de chaque colonne

2	1	0
3	2	1

1. Combien de colonnes sont non vides ?
2. Combien de cubes contient la colonne la plus haute ?
3. Calculer le nombre total de cubes.
4. En déduire le volume en cm³.

Exercice 6 — Vrai ou faux : volume et forme *

Répondre vrai ou faux et justifier brièvement.

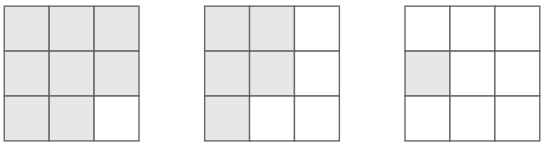
1. Deux assemblages faits du même nombre de cubes de 1 cm³ ont le même volume.
2. Un solide plus haut a toujours un plus grand volume.
3. Un cube placé au-dessus d'un autre cube peut cacher le cube du dessous sur un dessin.
4. Un assemblage de 15 cubes unité a un volume de 15 cm³.
5. Changer la disposition de 10 cubes sans en ajouter ni en retirer change le volume total.

Exercice 7 — Deux méthodes pour le même assemblage **

Le même assemblage est décrit par sa vue de dessus avec les hauteurs de colonnes.

Vue de dessus : hauteur de chaque colonne

2	2	1
3	2	1
2	1	0

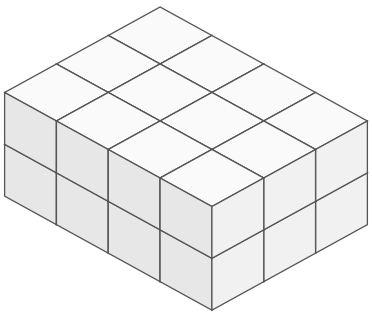


Couche 1 Couche 2 Couche 3

1. Calculer le volume en additionnant les hauteurs des colonnes.
2. À partir du tableau, combien de cubes sont dans la couche 1 ?
3. Dans la couche 2 ?
4. Dans la couche 3 ?
5. Vérifier le volume par addition des couches.

Exercice 8 — Compléter un empilement régulier **

On veut obtenir un empilement complet comportant 4 cubes sur une rangée, 3 rangées par couche et 2 couches. Chaque cube vaut 1 cm³. On a déjà placé 19 cubes.



1. Combien de cubes faut-il pour une couche complète ?
2. Combien de cubes faut-il pour les deux couches ?
3. Combien de cubes manque-t-il ?
4. Quel sera le volume final ?

Exercice 9 — Comparer deux assemblages très différents **

Les tableaux donnent les hauteurs des colonnes des solides A et B.

Solide A

3	1
2	2

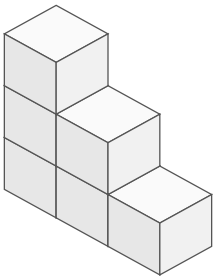
Solide B

1	1	1
1	1	1
1	1	1

1. Calculer le volume de A.
2. Calculer le volume de B.
3. Quel solide est le plus haut ?
4. Quel solide a le plus grand volume ?
5. Expliquer pourquoi les deux réponses précédentes peuvent être différentes.

Exercice 10 — Les cubes cachés sous les piles **

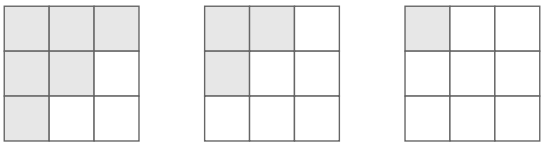
L'assemblage comporte trois colonnes de hauteurs 3, 2 et 1. Sur un dessin en perspective, certains cubes du dessous sont moins visibles.



1. Combien de cubes contient la première colonne ?
2. La deuxième ?
3. La troisième ?
4. Quel est le volume total ?
5. Pourquoi ne peut-on pas compter seulement les faces supérieures visibles ?

Exercice 11 — Passer des couches à la carte des hauteurs **

Les trois dessins représentent les couches successives du même assemblage.



Couche 1 Couche 2 Couche 3

1. Combien de cubes au total ?
2. Quelle est la hauteur de la colonne située en haut à gauche ?
3. Quelle est la hauteur de la colonne située en haut au milieu ?
4. Compléter mentalement la carte des hauteurs de toutes les cases.
5. Vérifier le volume en additionnant les hauteurs.

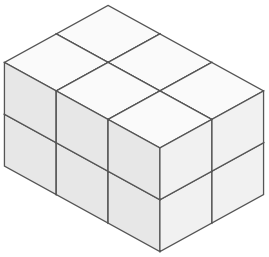
Exercice 12 — Retrouver une couche inconnue **

Un assemblage a un volume de 20 cm³. Il comporte trois couches. La couche du bas contient 9 cubes et la couche du haut 4 cubes.

1. Combien de cubes contient la couche du milieu ?
2. Vérifier que le total vaut bien 20 cubes.
3. La couche du milieu peut-elle contenir 10 cubes si tous ses cubes doivent reposer sur un cube de la couche du bas ? Justifier.
4. Proposer une répartition possible 9 / ? / 4 compatible avec la règle de support.

Exercice 13 — Corriger une erreur de comptage **

Un élève regarde le dessin et affirme : « Je vois 7 faces supérieures ou latérales, donc le volume est 7 cm³. » L'empilement est en réalité constitué de deux couches complètes de 3×2 cubes.



1. Combien de cubes contient une couche ?
2. Combien de cubes contient l'empilement ?
3. Quel est le volume correct ?
4. Expliquer précisément l'erreur de l'élève.

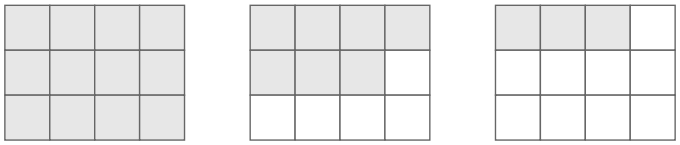
Exercice 14 — Une construction impossible ? **

On dispose de 6 positions au sol. Chaque position doit porter une colonne de 1, 2 ou 3 cubes. On veut un volume de 15 cm³ et exactement deux colonnes de hauteur 3. Déterminer si cette construction est possible.

1. Combien de cubes utilisent les deux colonnes de hauteur 3 ?
2. Quelle somme doivent avoir les hauteurs des quatre autres colonnes ?
3. Si aucune des quatre autres colonnes ne peut avoir hauteur 3, quelle est leur somme maximale ?
4. Comparer cette somme maximale à la somme nécessaire.
5. Conclure : la construction est-elle possible ?

Exercice 15 — Escalier de cubes : organiser le comptage ***

Un escalier de cubes est décrit par les trois couches ci-dessous.



Couche 1 Couche 2 Couche 3

1. Compter les cubes de chaque couche.
2. Calculer le volume total.
3. Combien de cubes ne se trouvent pas sur la couche du bas ?
4. Si on ajoute une quatrième couche de 2 cubes bien soutenus, quel devient le volume ?
5. Expliquer pourquoi le comptage par couches évite d'oublier des cubes cachés.

Exercice 16 — La ville de cubes ***

Une maquette de « ville » est représentée par la hauteur de chaque tour.

Vue de dessus : hauteur de chaque colonne

3	2	2	1
1	4	3	2
2	2	1	0
1	3	2	1

1. Calculer le volume total.
2. Combien de colonnes ont une hauteur d'au moins 3 cubes ?
3. Combien de cubes appartiennent à la couche 1 ?
4. Combien appartiennent à la couche 4 ?
5. Vérifier le total en regroupant les colonnes par lignes du tableau.

Exercice 17 — Plus haut ne veut pas dire plus volumineux ***

Comparer les solides A et B.

Solide A

5	1	0
1	0	0

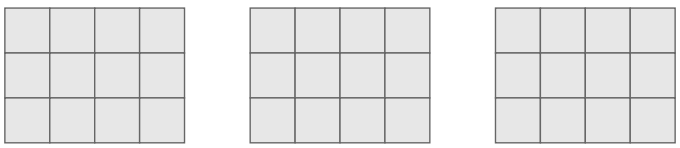
Solide B

2	2	2
2	2	2

1. Quelle est la hauteur maximale de A ? de B ?
2. Calculer le volume de A.
3. Calculer le volume de B.
4. Le solide le plus haut est-il celui de plus grand volume ?
5. Rédiger une phrase qui explique le contre-exemple.

Exercice 18 — Retirer des cubes sans se tromper ***

Un empilement possède au départ 3 couches complètes de 12 cubes. On retire 3 cubes de la couche du haut et 2 cubes du bord de la couche du milieu, sans faire tomber les autres.



Couche 1 Couche 2 Couche 3

1. Quel est le volume initial ?
2. Combien de cubes retire-t-on au total ?
3. Quel est le volume final ?
4. Combien de cubes restent dans chaque couche ?
5. Vérifier le volume final par addition des couches restantes.

Exercice 19 — Mettre toutes les colonnes à la même hauteur ***

On veut ajouter des cubes pour que toutes les 9 colonnes atteignent la hauteur 4, sans déplacer les cubes déjà placés.

Vue de dessus : hauteur de chaque colonne

4	2	1
3	4	2
1	2	3

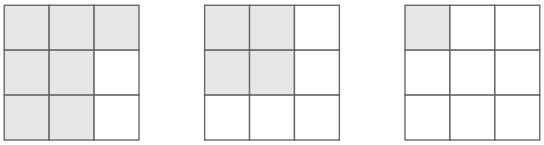
1. Quel est le volume actuel ?
2. Quel serait le nombre total de cubes lorsque toutes les colonnes auront hauteur 4 ?
3. Combien de cubes faut-il ajouter ?
4. Pour la colonne de hauteur 1, combien faut-il ajouter ?
5. Donner une vérification en additionnant tous les compléments.

Exercice 20 — Même volume, deux représentations ***

Une carte de hauteurs et des couches sont proposées pour le même solide.

Vue de dessus : hauteur de chaque colonne

3	2	1
2	2	0
1	1	0



Couche 1 Couche 2 Couche 3

1. Calculer le volume avec la carte de hauteurs.
2. Compter les cubes de chaque couche.
3. Calculer le volume avec les couches.
4. Les deux représentations sont-elles cohérentes ?
5. Expliquer comment passer de la hauteur 3 d'une case aux couches.

Exercice 21 — Une sculpture symétrique ***

La sculpture a une carte de hauteurs symétrique.

Vue de dessus : hauteur de chaque colonne

1	2	1
2	4	2
1	2	1

1. Quel est le volume de la colonne centrale ?
2. Combien y a-t-il de colonnes de hauteur 2 ?
3. Combien y a-t-il de colonnes de hauteur 1 ?
4. Calculer le volume total par regroupement.
5. Expliquer en quoi la symétrie accélère le comptage.

Exercice 22 — Atelier de maquettes ***

Un atelier possède 50 cubes de 1 cm³. Il veut construire deux maquettes identiques. Chaque maquette comporte une couche de base de 14 cubes, une deuxième couche de 7 cubes et une dernière couche de 3 cubes.

1. Quel est le volume d'une maquette ?
2. Combien de cubes faut-il pour deux maquettes ?
3. Le stock de 50 cubes est-il suffisant ?
4. Combien de cubes resteront ?
5. Quel est le volume total des deux maquettes ?

Exercice 23 — Trois couches qui diminuent régulièrement ***

Un assemblage possède exactement 3 couches. Chaque couche contient 2 cubes de moins que celle située juste en dessous. Le volume total est 24 cm³.

1. Si la couche du bas contient 8 cubes, quel serait le total ?
2. Si elle contient 10 cubes, quel serait le total ?
3. Déterminer le nombre de cubes de chaque couche.
4. Vérifier le volume.
5. Pourquoi la couche du bas ne peut-elle pas contenir 9 cubes ?

Exercice 24 — Vrai/faux avancé : argumenter ou contre-exemple ***

Pour chaque affirmation, répondre vrai ou faux et justifier.

1. Deux assemblages qui occupent 8 positions au sol ont forcément le même volume.
2. Deux assemblages de même volume peuvent avoir des hauteurs différentes.
3. Si on déplace des cubes sans en perdre, le volume total reste le même.
4. Si chaque colonne d'un assemblage A est au moins aussi haute que la colonne correspondante de B, alors le volume de A est au moins celui de B.
5. Un assemblage de volume 20 cm³ peut être formé de 20 cubes de 1 cm³.

Exercice 25 — Défi de construction sous contraintes ****

Construire mentalement un assemblage de volume 20 cm³ sur une base de 8 positions. Toutes les positions sont occupées ; la hauteur maximale est 4 ; au moins une colonne a chacune des hauteurs 1, 2, 3 et 4.

1. Proposer huit hauteurs qui respectent toutes les contraintes.
2. Vérifier que leur somme vaut 20.
3. Vérifier qu'elles contiennent au moins une fois 1, 2, 3 et 4.
4. Donner une deuxième solution différente.
5. Expliquer pourquoi plusieurs sculptures peuvent avoir le même volume.

Exercice 26 — Cubes cachés : encadrer le volume ****

Un assemblage occupe exactement 6 positions au sol. Deux colonnes ont exactement hauteur 3. Parmi les quatre autres colonnes, au moins une a hauteur 2 ; aucune ne dépasse 2 ; toutes les positions sont occupées.

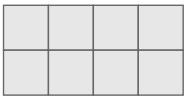
1. Calculer le volume minimal possible.
2. Donner une répartition de hauteurs qui réalise ce minimum.
3. Calculer le volume maximal possible.
4. Donner une répartition qui réalise ce maximum.
5. Le volume 13 cm³ est-il possible ? Justifier par un exemple ou une impossibilité.

Exercice 27 — Deux livraisons, deux représentations ****

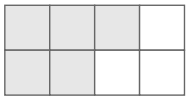
Deux maquettes doivent utiliser exactement le même nombre de cubes. La maquette A est donnée par une carte de hauteurs ; la maquette B par ses couches.

Maquette A

3	2	2
1	2	1
2	1	0



B : couche 1



B : couche 2

1. Calculer le volume de A.
2. Calculer le volume de B.
3. Quelle maquette utilise le plus de cubes ?
4. Combien de cubes faut-il ajouter à l'autre pour égaliser les volumes ?
5. Proposer où placer ce ou ces cubes sans dépasser une hauteur de 3.

Exercice 28 — Répartir un stock en sculptures égales ****

Un club dispose de 53 cubes de 1 cm³. Il veut construire 3 sculptures ayant exactement le même volume, en utilisant le plus grand nombre possible de cubes.

1. Quel nombre maximal de cubes peut contenir chaque sculpture ?
2. Combien de cubes seront utilisés au total ?
3. Combien resteront inutilisés ?
4. Quel est le volume de chaque sculpture ?
5. Si un cube se perd dans une sculpture, les trois volumes restent-ils égaux ? Expliquer.
6. Proposer une manière différente d'organiser les cubes d'une sculpture sans changer son volume.

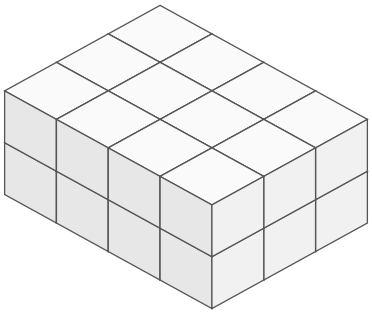
Exercice 29 — Chercher toutes les bases possibles ****

Un empilement complet est formé de 36 cubes unité répartis en exactement 3 couches identiques. Chaque couche est un rectangle de cubes, sans trou.

1. Combien de cubes contient une couche ?
2. Chercher toutes les dimensions entières possibles d'une couche rectangulaire, en ne distinguant pas 2×6 de 6×2.
3. Pour chaque possibilité, vérifier le nombre de cubes dans les 3 couches.
4. Quelle base est la plus proche d'un carré ?
5. Pourquoi cette recherche ne nécessite-t-elle pas encore de mémoriser une formule de volume ?

Exercice 30 — Passerelle vers la 5e — vers la formule du pavé droit ****

Passerelle vers la 5e — cet exercice prépare une notion du programme de 5e et ne doit pas servir à évaluer la maîtrise normale du programme de 6e. Un pavé droit est construit avec des cubes de 1 cm d'arête.



1. Le pavé représenté comporte 4 cubes en longueur et 3 en largeur. Combien de cubes contient une couche ?
2. Il a 2 couches. Quel est son volume ?
3. On note L le nombre de cubes en longueur, l le nombre de cubes en largeur et h le nombre de couches. Expliquer pourquoi le nombre de cubes est L×l×h.
4. Utiliser cette règle pour un pavé de 5 cubes sur 2 cubes sur 4 couches.
5. Écrire la formule de volume préparée par ce comptage.