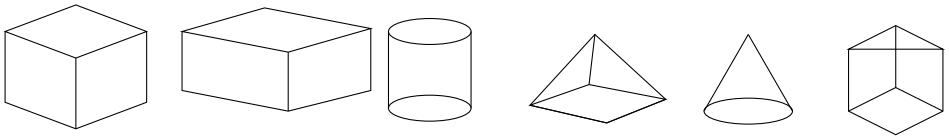
La vision dans léspace – 6e

Exercices

Assemblages de cubes • vues • patrons (réactivation) • dénombrement • cubes cachés • minimum / maximum.

Exercice 1 – Reconnaître les solides usuels *

Observer les six solides A à F. Il s'agit d'une réactivation des connaissances du cours moyen.



A B C D E F

1. Nommer le solide A.
2. Nommer le solide C.
3. Nommer le solide D.
4. Nommer le solide F.
5. Parmi A à F, quels solides ont une surface courbe ?

Exercice 2 – Lire une grille de hauteurs *

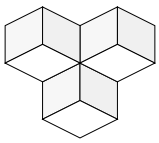
Une grille de hauteurs décrit un assemblage de cubes. Chaque nombre indique le nombre de cubes empilés sur la case correspondante. *Grille de hauteurs*

1	2	0
2	1	1

1. Que signifie le nombre 2 écrit dans une case ?
2. Combien de cases du sol sont occupées ?
3. Combien de cubes contient l'assemblage ?
4. Quelle est la hauteur maximale ?
5. Combien de cubes sont cachés sous un autre cube lorsqu'on regarde seulement la vue de dessus ?

Exercice 3 – De l'assemblage à la vue de dessus *

L'assemblage ci-dessous est décrit en perspective. On considère sa projection verticale sur le sol.



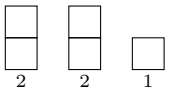
1. Combien de positions au sol sont occupées ?
2. Dessiner ou décrire la vue de dessus.
3. Combien de cubes contient l'assemblage ?
4. Pourquoi la vue de dessus ne permet-elle pas, à elle seule, de retrouver ce total ?
5. Combien de cubes sont situés sous un autre cube ?

Exercice 4 – Lire les vues de face et de côté *

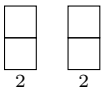
On utilise la grille de hauteurs suivante. Les lignes vont de l'avant vers l'arrière et les colonnes de gauche à droite.
Grille de hauteurs

2	1	0
1	2	1

Vue de face



Vue du côté droit

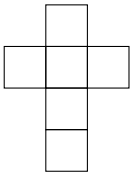


1. Donner la vue de face, de gauche à droite.
2. Donner la vue du côté droit, de l'avant vers l'arrière.
3. Pourquoi la première hauteur de la vue de face vaut-elle 2 et non 3 ?
4. Combien de cubes y a-t-il au total ?
5. Quelle information une vue de face conserve-t-elle dans chaque colonne d'alignement ?

Exercice 5 – Patron du cube — réactivation *

Le patron A est formé de six carrés identiques. Cette notion est une réactivation du cours moyen, utile pour entretenir la vision dans l'espace.

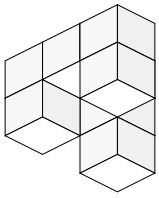
Patron A



1. Combien de carrés comporte le patron ?
2. Pourquoi les carrés doivent-ils être identiques ?
3. Les carrés sont-ils reliés uniquement par des sommets ou par des côtés ?
4. Le patron A peut-il former un cube ?
5. Donner une caractéristique qu'un faux patron de cube peut ne pas respecter.

Exercice 6 – Trois représentations d'un même assemblage **

À partir de l'assemblage représenté, passer successivement à une grille de hauteurs puis aux trois vues usuelles.



1. Recopier la grille de hauteurs.
2. Combien de cubes contient l'assemblage ?
3. Donner la vue de dessus.
4. Donner la vue de face.
5. Donner la vue du côté droit.

Exercice 7 – Construire une vue de face **

La grille de hauteurs est donnée. Construire la silhouette obtenue en regardant l'assemblage de face. *Grille de hauteurs*

1	2	1
3	1	0
2	2	2

1. Quelle est la hauteur visible dans la première colonne ?
2. Dans la deuxième colonne ?
3. Dans la troisième colonne ?
4. Donner la vue de face sous forme d'une liste de hauteurs.
5. Combien de piles sont partiellement cachées par une autre pile dans cette vue ?

Exercice 8 – Construire une vue du côté droit **

On observe l'assemblage depuis son côté droit. Les lignes de la grille correspondent aux positions de l'avant vers l'arrière. *Grille de hauteurs*

1	3	1
2	1	2
0	2	1

1. Quelle hauteur voit-on pour la première ligne ?
2. Pour la deuxième ligne ?
3. Pour la troisième ligne ?
4. Donner la vue du côté droit.
5. Pourquoi additionner les nombres d'une ligne donnerait-il une information différente ?

Exercice 9 – Dénombrer les cubes par couches **

Au lieu d'additionner directement les hauteurs, on compte les cubes couche par couche. *Grille de hauteurs*

3	1	2
2	0	1

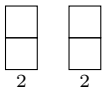
1. Combien de cubes sont présents dans la première couche, au sol ?
2. Combien dans la deuxième couche ?
3. Combien dans la troisième couche ?
4. En déduire le nombre total de cubes.
5. Vérifier le résultat en additionnant les hauteurs.

Exercice 10 – Une silhouette n'est pas un dénombrement **

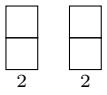
Un élève regarde seulement la vue de face 2 ; 2 d'un assemblage et affirme : « il y a 4 cubes ». *Grille de hauteurs*

2	1
1	2

Vue de face



Vue du côté droit



1. Pourquoi son raisonnement est-il insuffisant ?
2. Pour la grille proposée, combien y a-t-il réellement de cubes ?
3. La vue de face de cette grille est-elle bien 2 ; 2 ?
4. Donner une autre grille 2×2, toutes cases occupées, ayant la même vue de face mais davantage de cubes.
5. Quelle règle faut-il retenir pour éviter cette erreur ?

Exercice 11 – Même trois vues, assemblages différents ***

Les assemblages A et B occupent les quatre cases d'une base 2×2.

A

2	1
1	2

B

2	2
2	2

1. Calculer le nombre de cubes de A.
2. Calculer le nombre de cubes de B.
3. Comparer leurs vues de dessus.
4. Comparer leurs vues de face et de côté.
5. Que montre cet exemple sur l'information fournie par trois vues ?

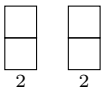
Exercice 12 – Chercher le minimum de cubes ***

La vue de dessus montre les quatre cases d'une base 2×2 occupées. La vue de face et la vue de côté sont toutes deux 2 ; 2.

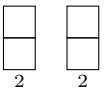
Vue de dessus



Vue de face



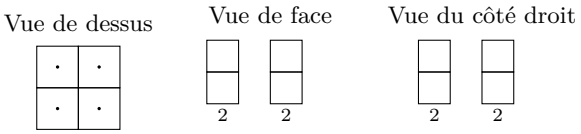
Vue du côté droit



1. Quel nombre minimal de cubes faut-il mettre d'abord à cause de la vue de dessus ?
2. Pourquoi faut-il ajouter au moins deux cubes ?
3. Proposer une grille de hauteurs réalisant ce minimum.
4. Vérifier la vue de face.
5. Vérifier la vue de côté et conclure sur le minimum.

Exercice 13 – Chercher le maximum de cubes ***

On garde exactement les mêmes vues que dans l'exercice précédent : dessus 2×2 entièrement occupé, face 2 ; 2, côté 2 ; 2.

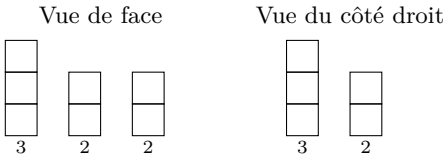


1. Pourquoi aucune pile ne peut-elle dépasser 2 cubes ?
2. Quelle hauteur maximale peut-on donner à chacune des quatre piles ?
3. Proposer la grille de hauteurs correspondante.
4. Combien de cubes contient-elle ?
5. De combien le maximum dépasse-t-il le minimum de l'exercice précédent ?

Exercice 14 – Lire complètement un assemblage 2×3 ***

Une grille 2×3 donne toutes les hauteurs de l'assemblage. *Grille de hauteurs*

3	1	2
1	2	1



1. Calculer le nombre total de cubes.
2. Donner la vue de dessus.
3. Donner la vue de face.
4. Donner la vue du côté droit.
5. Combien de cubes ne sont pas visibles depuis le dessus parce qu'ils sont sous un autre cube ?

Exercice 15 – Vrai ou faux sur les vues ***

Décider si chaque affirmation est vraie ou fausse et justifier.

1. Si une vue de dessus contient 5 cases, l'assemblage contient exactement 5 cubes.
2. Si la vue de face contient une colonne de hauteur 4, l'assemblage possède au moins une pile de 4 cubes.
3. Deux assemblages ayant la même vue de dessus ont forcément le même nombre de cubes.
4. Si toutes les hauteurs de la grille sont connues, leur somme donne exactement le nombre de cubes.
5. Une vue de côté peut cacher une pile moins haute située derrière une autre dans la direction du regard.

Exercice 16 – Changer de point de vue ***

On connaît la grille de hauteurs de l'assemblage. On regarde d'abord de face, puis on se déplace sur son côté droit. *Grille de hauteurs*

1	3
2	1
1	2

1. Donner la vue de face.
2. Donner la vue du côté droit.
3. Pourquoi ces deux listes n'ont-elles pas le même nombre de valeurs ?
4. Si l'on se place exactement à l'ancien côté droit, quelle vue devient la nouvelle vue de face ?
5. Quel invariant ne change pas lorsque l'observateur se déplace autour de l'objet ?

Exercice 17 – Retrouver deux hauteurs manquantes ***

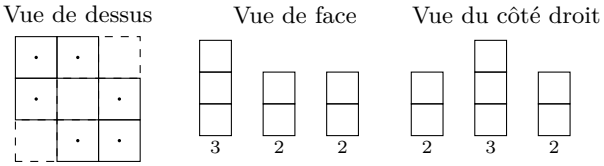
Toutes les cases de la base 2×2 sont occupées. Deux hauteurs sont inconnues. La vue de face est 3 ; 2, la vue du côté droit est 3 ; 2 et l'assemblage contient 8 cubes. *Grille de hauteurs*

a	1
2	b

1. Que vaut a dans la case avant gauche ?
2. Que peut-on déduire pour b dans la case arrière droite grâce à la vue de face ?
3. Utiliser le total de 8 cubes pour déterminer b exactement.
4. Vérifier la vue du côté droit.
5. La solution est-elle unique avec toutes ces informations ?

Exercice 18 – Reconstruire un assemblage minimal ***

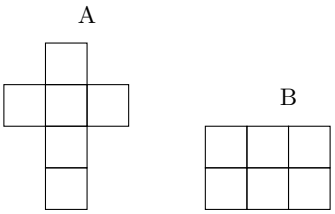
La vue de dessus impose les six positions marquées. La vue de face vaut 3 ; 2 ; 2 et la vue du côté droit vaut 2 ; 3 ; 2. Construire un assemblage utilisant le moins de cubes possible.



1. Combien de cubes faut-il au minimum avant de tenir compte des hauteurs des silhouettes ?
2. Proposer une grille de hauteurs compatible.
3. Vérifier la vue de face.
4. Vérifier la vue du côté droit.
5. Combien de cubes contient cette solution minimale ?

Exercice 19 – Deux patrons : lequel forme un cube ? ***

Deux assemblages de six carrés sont proposés. Le patron A est une croix prolongée ; le patron B est un rectangle 2×3.

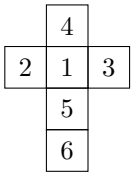


1. Les deux dessins comportent-ils six carrés identiques ?
2. Le critère « six carrés identiques » suffit-il à garantir un patron de cube ?
3. Quel patron peut former un cube ?
4. Pourquoi le rectangle 2×3 échoue-t-il au pliage ?
5. Donner la méthode de vérification la plus sûre en classe.

Exercice 20 – Faces opposées à partir d'un patron ***

Le patron est numéroté de 1 à 6. On le replie pour former un cube.

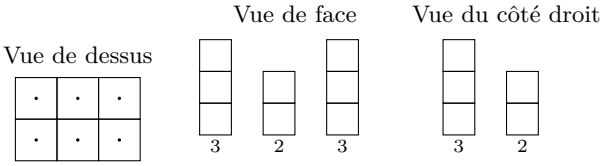
Patron numéroté



1. Quelle face est opposée à la face 1 ?
2. Quelle face est opposée à la face 2 ?
3. Quelle face est opposée à la face 4 ?
4. Les faces 1 et 3 sont-elles adjacentes ou opposées ?
5. Expliquer comment on peut vérifier ces relations sans construire le cube définitivement.

Exercice 21 – Minimum et maximum avec trois vues ****

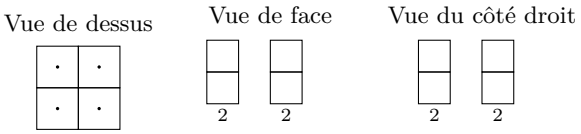
La base est un rectangle 2×3 entièrement occupé. La vue de face vaut 3 ; 2 ; 3 et la vue du côté droit vaut 3 ; 2.



1. Donner une grille réalisant le nombre minimal de cubes.
2. Calculer ce minimum.
3. Donner une grille réalisant le nombre maximal de cubes.
4. Calculer ce maximum.
5. Pourquoi aucune solution ne peut-elle sortir de l'intervalle trouvé ?

Exercice 22 – Quels nombres de cubes sont possibles ? ****

La vue de dessus est un carré 2×2 plein et les vues de face et de côté valent toutes deux 2 ; 2.



1. Justifier qu'un assemblage de 5 cubes est impossible.
2. Construire un assemblage de 6 cubes.
3. Construire un assemblage de 7 cubes.
4. Construire un assemblage de 8 cubes.
5. Donner l'ensemble de tous les nombres de cubes possibles.

Exercice 23 – Compléter un cube 3×3×3 ****

On veut compléter l'assemblage décrit par la grille pour obtenir un grand cube plein de côté 3 petits cubes. *Grille de hauteurs*

3	2	3
1	3	2
3	0	1

1. Combien de petits cubes contient un cube plein 3×3×3 ?
2. Combien de cubes sont déjà présents ?
3. Combien faut-il ajouter au total ?
4. Combien faut-il ajouter dans la case actuellement vide ?
5. Proposer une vérification colonne par colonne.

Exercice 24 – Concevoir un assemblage sous contraintes ****

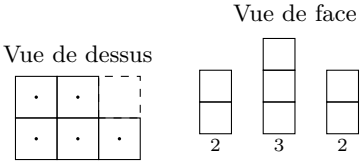
Construire une grille 2×3 qui respecte simultanément : exactement 5 cases occupées, exactement 9 cubes, vue de face 2 ; 3 ; 1 et vue du côté droit 3 ; 2.

5 cases occupées • 9 cubes • face 2-3-1 • côté 3-2

1. Proposer une grille de hauteurs possible.
2. Vérifier le nombre de cases occupées.
3. Vérifier le nombre de cubes.
4. Vérifier la vue de face.
5. Vérifier la vue du côté droit.

Exercice 25 – Encadrer avec seulement deux vues ****

On connaît la vue de dessus et la vue de face, mais pas la vue de côté. Les hauteurs ne peuvent pas dépasser celles visibles de face.



1. Donner une grille réalisant le minimum de cubes.
2. Calculer ce minimum.
3. Donner une grille réalisant le maximum de cubes.

4. Calculer ce maximum.
5. Pourquoi l'absence de vue de côté laisse-t-elle davantage de liberté ?

Exercice 26 – Trois propositions d'élèves ****

La cible est : base 2×2 entièrement occupée, vue de face 3 ; 2 et vue du côté droit 2 ; 3. Trois élèves proposent les grilles A, B et C.

A

2	1
3	2

B

3	1
2	2

C

2	2
3	1

1. Vérifier la proposition A.
2. Vérifier la proposition B.
3. Vérifier la proposition C.
4. Combien de propositions sont correctes ?
5. Que montre l'existence de plusieurs propositions correctes ?

Exercice 27 – Retrouver une pile cachée grâce au total ****

La grille comporte une hauteur x inconnue. La vue de face est 2 ; 3 ; 2, la vue du côté droit est 2 ; 3 et le total vaut 11 cubes. *Grille de hauteurs*

2	x	1
1	3	2

1. Quelles valeurs de x sont compatibles avec la vue du côté droit avant d'utiliser le total ?
2. La vue de face impose-t-elle x exactement ?
3. Écrire le total en fonction de x.
4. Déterminer x.
5. Vérifier toutes les vues après avoir trouvé x.

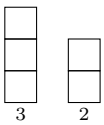
Exercice 28 – Un assemblage de 7 cubes est-il unique ? ****

La vue de dessus est un L de trois cases. La vue de face vaut 3 ; 2, la vue du côté droit vaut 3 ; 2 et l'assemblage contient exactement 7 cubes.

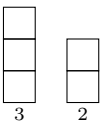
Vue de dessus



Vue de face



Vue du côté droit



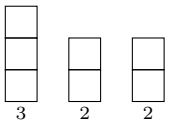
1. Traduire la vue de dessus par une grille 2×2 avec une case vide.
2. Proposer des hauteurs satisfaisant la vue de face.
3. Vérifier la vue du côté droit.
4. Vérifier le total de 7 cubes.
5. Expliquer pourquoi, avec ces données, la grille obtenue est unique.

Exercice 29 – Retirer un cube : quelles vues changent ? ****

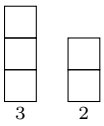
On retire uniquement le cube situé tout en haut d'une pile. Prévoir les effets sans redessiner tout l'assemblage.
Grille de hauteurs

3	1	2
1	2	0

Vue de face



Vue du côté droit

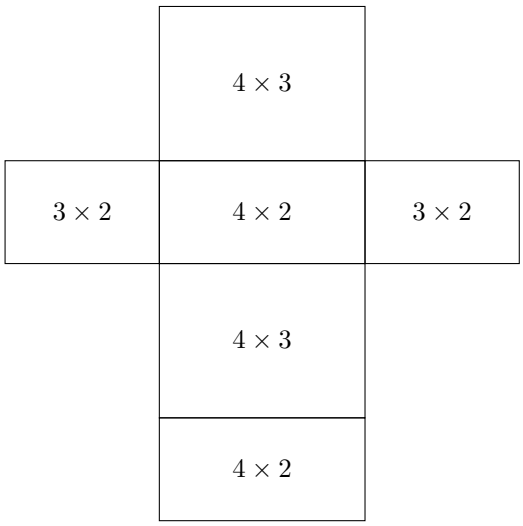


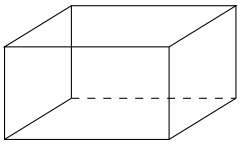
1. Si on retire le cube supérieur de la pile avant gauche (hauteur 3), quelles vues changent ?
2. Si on retire l'unique cube de la pile avant centrale (hauteur 1), quelles vues changent ?
3. Si on retire le cube supérieur de la pile avant droite (hauteur 2), quelles vues changent ?
4. Si on retire l'unique cube de la pile arrière gauche (hauteur 1), quelles vues changent ?
5. Si on retire le cube supérieur de la pile arrière centrale (hauteur 2), quelles vues changent ?

Exercice 30 – Passerelle vers la 5e — du patron au pavé ****

Passerelle vers la 5e — non utilisée pour évaluer la maîtrise normale de 6e. On met en relation un patron de pavé droit et sa représentation en perspective cavalière.

Patron du pavé $4 \times 3 \times 2$





Pavé $4 \times 3 \times 2$

1. Combien de faces possède le pavé ?
2. Quelles sont les dimensions des deux faces avant/arrière ?
3. Quelles sont les dimensions des faces du dessus et du dessous ?
4. Quelles sont les dimensions des deux faces latérales ?
5. Dans la représentation en perspective, quelles familles d'arêtes réelles sont parallèles entre elles ?