Volumes de solides usuels - 5e

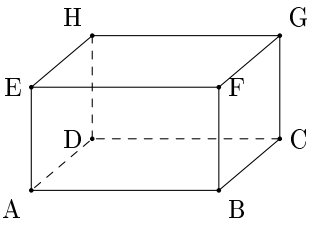
Rappels essentiels :

$$V_{\text{pavé}} = L \times l \times h, \qquad V_{\text{prisme}} = \mathcal{A}_{\text{base}} \times h, \qquad V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 h.$$

$$1\,\text{dm}^3 = 1\,\text{L}, \qquad 1\,\text{cm}^3 = 1\,\text{mL}.$$

Exercice 1 – Reconnaître les solides usuels ⋆

Identifier cube, pavé droit, prisme droit et cylindre de révolution.



A. Un solide possède 6 faces rectangulaires. Quel solide usuel peut-il être ?

B. Un solide possède 6 faces carrées toutes identiques. Quel est ce solide ?

C. Un solide possède deux bases circulaires parallèles et superposables. Quel est ce solide ?

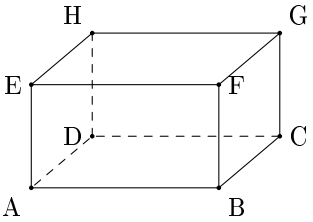
D. Un prisme droit possède deux bases de même forme. Que peut-on dire de ces deux bases ?

E. Citer un objet de la vie courante ayant approximativement la forme d'un pavé droit.

F. Citer un objet ayant approximativement la forme d'un cylindre.

Exercice 2 – Volume d'un pavé droit ⋆

Appliquer directement la formule $V = L \times l \times h$.



A. Calculer le volume d'un pavé de dimensions 8 cm, 5 cm, 3 cm.

B. Calculer le volume d'un pavé de dimensions 12 cm, 4 cm, 2 cm.

C. Calculer le volume d'un cube d'arête 4 cm.

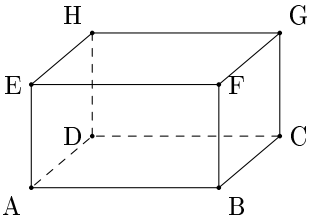
D. Calculer le volume d'un cube d'arête 7 mm.

E. Quelle unité doit accompagner un volume calculé à partir de longueurs en centimètres ?

F. Un pavé a un volume de $120\,\text{cm}^3$. Est-ce une aire ou un volume ?

Exercice 3 – Unités de volume et de capacité ⋆

Utiliser les équivalences usuelles entre volumes et capacités.



A. Compléter : $1\,\text{dm}^3 = \ldots$ L.

B. Compléter : $1\,\text{cm}^3 = \ldots$ mL.

C. Convertir 3 L en dm^3.

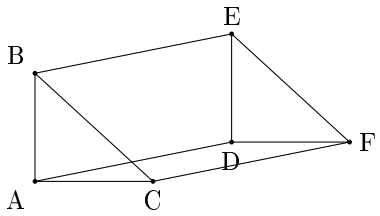
D. Convertir 250 mL en cm^3.

E. Convertir $2,5\,\text{dm}^3$ en litres.

F. Un récipient contient $750\,\text{cm}^3$. Exprimer sa capacité en mL.

Exercice 4 – Volume d'un prisme droit ⋆

Calculer le volume avec $V = \mathcal{A}_{base} \times h$.



A. Un prisme a une base d'aire $15\,\text{cm}^2$ et une hauteur de 8 cm. Calculer son volume.

B. Une base a une aire de $24\,\text{cm}^2$ et la hauteur du prisme vaut 5 cm. Calculer V.

C. Quelle grandeur faut-il connaître pour la base avant d'utiliser la formule du volume ?

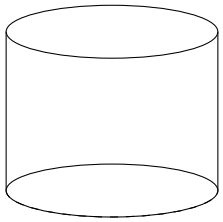
D. Dans la formule $V = \mathcal{A}_{base} \times h$, que représente h ?

E. Un prisme a deux bases triangulaires. La formule du volume change-t-elle ?

F. Un prisme a une base d'aire $30\,\text{cm}^2$ et une hauteur de 10 cm. Donner son volume.

Exercice 5 – Volume d'un cylindre ⋆

Utiliser $V = \pi r^2 h$ avec le rayon de la base.



A. Un cylindre a $r = 3\,\text{cm}$ et $h = 5\,\text{cm}$. Donner son volume sous forme exacte.

B. Pour le même cylindre, donner une valeur approchée avec $\pi \approx 3,14$.

C. Un cylindre a un diamètre de 8 cm. Quel est son rayon ?

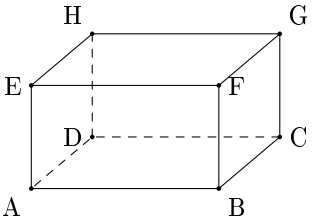
D. Calculer l'aire d'un disque de rayon 4 cm sous forme exacte.

E. Un cylindre a $r = 2\,\text{cm}$, $h = 10\,\text{cm}$. Donner V sous forme exacte.

F. Pourquoi faut-il utiliser le rayon et non le diamètre directement dans $\pi r^2 h$?

Exercice 6 – Retrouver une dimension d'un pavé ⋆⋆

Utiliser la formule du volume à l'envers.



A. Un pavé a $V = 240\,\text{cm}^3$, $L = 10\,\text{cm}$, $l = 6\,\text{cm}$. Calculer h.

B. Un pavé a $V = 360\,\text{cm}^3$, $l = 6\,\text{cm}$, $h = 5\,\text{cm}$. Calculer L.

C. Un cube a un volume de $125\,\text{cm}^3$. Quelle est son arête ?

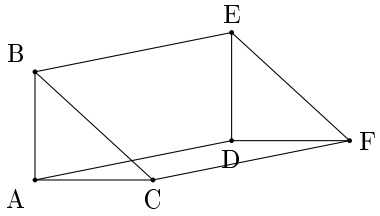
D. Vérifier la réponse précédente par un calcul de volume.

E. Un pavé de base 8×5 a un volume de $200\,\text{cm}^3$. Calculer sa hauteur.

F. Quelle opération permet en général de retrouver une dimension manquante ?

Exercice 7 – Prisme à base triangulaire ⋆⋆

Calculer d'abord l'aire du triangle de base.



A. La base est un triangle de base 6 cm et de hauteur 4 cm. Calculer son aire.

B. La hauteur du prisme vaut 10 cm. En déduire le volume.

C. Même question avec un triangle de base 8 cm, hauteur 5 cm, prisme de hauteur 7 cm.

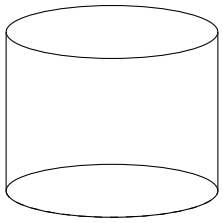
D. Quelle formule utilise-t-on pour l'aire d'un triangle ?

E. Pourquoi ne faut-il pas multiplier directement $6 \times 4 \times 10$ dans la première situation ?

F. Exprimer le volume d'un prisme dont la base triangulaire a une aire A et la hauteur vaut H.

Exercice 8 – Cylindre : diamètre, rayon et volume ⋆⋆

Passer correctement du diamètre au rayon.



A. Un cylindre a un diamètre de 10 cm. Calculer son rayon.

B. Sa hauteur vaut 7 cm. Donner son volume sous forme exacte.

C. Donner une valeur approchée à l'unité avec $\pi \approx 3,14$.

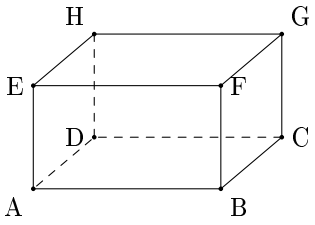
D. Un autre cylindre a diamètre 6 cm et hauteur 12 cm. Donner son volume exact.

E. Comparer les rayons 5 cm et 3 cm. Le premier est-il deux fois plus grand ?

F. Le volume dépend-il linéairement du rayon ? Justifier à partir de la formule.

Exercice 9 – Conversions de volumes ⋆⋆

Convertir entre cm^3, dm^3, litres et millilitres.



A. Convertir $2\,500\,\text{cm}^3$ en litres.

B. Convertir $4,2\,\text{L}$ en cm^3.

C. Convertir $0,75\,\text{L}$ en mL.

D. Convertir $3,5\,\text{dm}^3$ en cm^3.

E. Convertir $12\,000\,\text{cm}^3$ en dm^3.

F. Expliquer pourquoi $1\,\text{dm}^3 = 1000\,\text{cm}^3$.

Exercice 10 – Comparer des volumes ⋆⋆

Calculer puis comparer des solides exprimés dans la même unité.

A. Pavé A : $8 \times 5 \times 4$ cm. Calculer son volume.

B. Pavé B : $10 \times 4 \times 4$ cm. Calculer son volume.

C. Comparer les volumes de A et B.

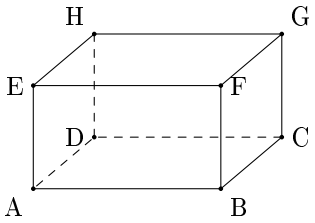
D. Un cylindre a $r = 2\,\text{cm}$, $h = 10\,\text{cm}$. Donner son volume approché avec $\pi \approx 3,14$.

E. Comparer ce cylindre au pavé A.

F. Pour comparer deux volumes, pourquoi faut-il utiliser la même unité ?

Exercice 11 – Aquarium parallélépipédique ⋆⋆⋆

Relier dimensions, volume et capacité.



A. Un aquarium mesure $60\,\text{cm} \times 30\,\text{cm} \times 40\,\text{cm}$. Calculer son volume en cm^3.

B. Convertir ce volume en litres.

C. On ne le remplit qu'à 35 cm de hauteur. Calculer alors le volume d'eau.

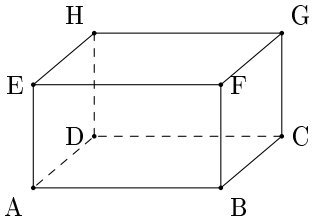
D. Convertir ce volume d'eau en litres.

E. Combien de bouteilles de $1,5\,\text{L}$ faudrait-il pour fournir cette quantité d'eau ?

F. Pourquoi la capacité utile est-elle inférieure au volume total de l'aquarium ?

Exercice 12 – Boîte sans couvercle ⋆⋆⋆

Calculer un volume puis raisonner sur un remplissage.



A. Une boîte a pour dimensions intérieures $25\,\text{cm} \times 16\,\text{cm} \times 12\,\text{cm}$. Calculer son volume.

B. Exprimer ce volume en litres.

C. Elle contient des cubes de 2 cm d'arête. Quel est le volume d'un cube ?

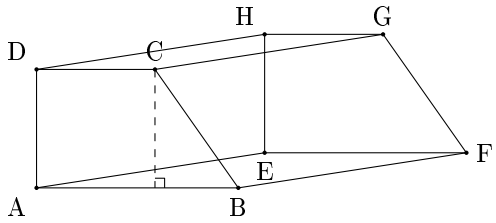
D. Combien de cubes peuvent tenir sur la longueur ?

E. Combien sur la largeur et sur la hauteur ?

F. En déduire le nombre maximal de cubes et vérifier par les volumes.

Exercice 13 – Prisme droit à base trapézoïdale ⋆⋆⋆

Décomposer le calcul en aire de base puis volume.



A. La base trapézoïdale a deux côtés parallèles de 8 cm et 14 cm, séparés de 5 cm. Décomposer cette base en un rectangle 8×5 et un triangle de base $14 - 8 = 6$ cm et de hauteur 5 cm, puis calculer son aire.

B. Le prisme a une hauteur de 12 cm. Calculer son volume.

C. Exprimer le résultat en dm^3.

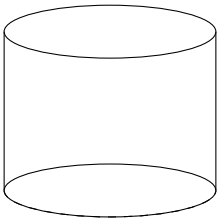
D. Expliquer pourquoi la décomposition « rectangle + triangle » donne bien toute l'aire de la base sans recouvrement.

E. Si la hauteur du prisme double, que devient le volume ?

F. Calculer le volume si la hauteur du prisme devient 18 cm.

Exercice 14 – Cylindre et capacité d'une canette ⋆⋆⋆

Utiliser le volume du cylindre et convertir en mL.



A. Une canette cylindrique a un rayon intérieur de $3,2$ cm et une hauteur de 12 cm. Écrire son volume exact.

B. Calculer une valeur approchée avec $\pi \approx 3,14$.

C. Exprimer ce volume en mL.

D. La canette est annoncée à 330 mL. Comparer avec le modèle calculé.

E. Citer une raison géométrique possible expliquant l'écart.

F. Quel rayon faudrait-il mesurer si l'on connaissait seulement un diamètre de $6,4$ cm ?

Exercice 15 – Solide composé de deux pavés ⋆⋆⋆

Décomposer un solide complexe en deux pavés droits.

A. Un solide est formé d'un pavé A de dimensions $10 \times 6 \times 4$ cm et d'un pavé B de dimensions $6 \times 4 \times 3$ cm, sans chevauchement. Calculer V_A.

B. Calculer V_B.

C. Calculer le volume total.

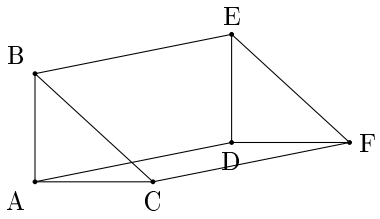
D. Exprimer le volume total en litres.

E. Si on retire le pavé B, quel volume reste-t-il ?

F. Pourquoi peut-on additionner les volumes ici ?

Exercice 16 – Prisme : retrouver l'aire de la base ⋆⋆⋆

Utiliser $\mathcal{A}_{base} = V/h$.



A. Un prisme a un volume de $540\,\text{cm}^3$ et une hauteur de $12\,\text{cm}$. Calculer l'aire de sa base.

B. Un autre prisme a $V = 1\,200\,\text{cm}^3$ et $h = 15\,\text{cm}$. Calculer l'aire de la base.

C. Si la base est un rectangle de longueur $10\,\text{cm}$ et d'aire $80\,\text{cm}^2$, calculer sa largeur.

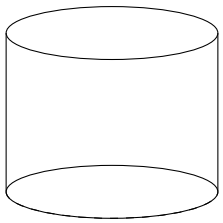
D. En déduire le volume d'un prisme de hauteur $9\,\text{cm}$ ayant cette base.

E. Pourquoi la division $V \div h$ donne-t-elle une aire ?

F. Vérifier les unités dans $540\,\text{cm}^3 \div 12\,\text{cm}$.

Exercice 17 – Cylindre : retrouver la hauteur ⋆⋆⋆

Isoler h dans $V = \pi r^2 h$.



A. Un cylindre de rayon 4 cm a un volume exact $160\pi\,\text{cm}^3$. Calculer sa hauteur.

B. Vérifier le résultat par substitution.

C. Un cylindre de rayon 3 cm a un volume $99\pi\,\text{cm}^3$. Calculer sa hauteur.

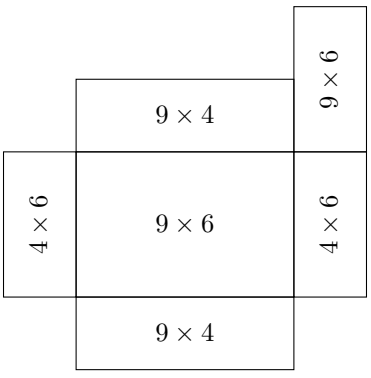
D. Un cylindre de rayon 5 cm et hauteur inconnue a un volume $250\pi\,\text{cm}^3$. Calculer h.

E. Écrire la formule permettant de retrouver h à partir de V et r.

F. Pourquoi est-il pratique de conserver π dans les calculs exacts ?

Exercice 18 – Patron et volume ⋆⋆⋆

Relier patron, dimensions et volume d'un pavé.



A. Un patron de pavé permet d'identifier trois dimensions : 9 cm, 6 cm et 4 cm. Calculer le volume.

B. Quelle paire de faces a une aire de 9×6 ?

C. Calculer cette aire.

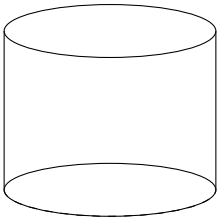
D. Calculer l'aire d'une face 6×4.

E. Le volume pourrait-il être obtenu en multipliant l'aire $54\,\text{cm}^2$ par $4\,\text{cm}$?

F. Expliquer le lien entre une face choisie comme base et la dimension perpendiculaire.

Exercice 19 – Réservoir cylindrique ⋆⋆⋆

Résoudre un problème de volume et de remplissage.



A. Un réservoir cylindrique a un rayon de $0,5$ m et une hauteur de $1,2$ m. Écrire son volume exact en m^3.

B. Calculer une valeur approchée avec $\pi \approx 3,14$.

C. Convertir ce volume en litres en utilisant $1\,\text{m}^3 = 1000\,\text{L}$.

D. Le réservoir est rempli à 75%. Calculer le volume d'eau en litres.

E. Combien de bidons de 20 L peut-on remplir complètement ?

F. Quelle quantité d'eau reste après avoir rempli ces bidons ?

Exercice 20 – Choisir la bonne formule ⋆⋆⋆

Identifier la base et choisir une stratégie adaptée.

A. Pour un pavé droit, écrire une formule de volume à partir de ses trois dimensions.

B. Pour un prisme droit, écrire la formule générale du volume.

C. Pour un cylindre, écrire la formule du volume.

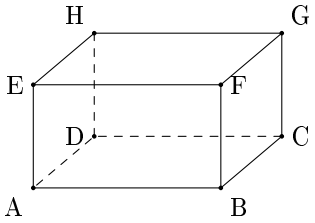
D. Pourquoi πr^2 apparaît-il dans la formule du cylindre ?

E. Un solide a une base d'aire $36\,\text{cm}^2$ et une hauteur de $8\,\text{cm}$. Quel volume a-t-il s'il s'agit d'un prisme droit ?

F. La même donnée suffit-elle pour un cylindre ? Expliquer.

Exercice 21 – Boîte ouverte et contrainte de volume ⋆⋆⋆⋆

Combiner une contrainte de volume avec une dimension inconnue.



A. Une boîte rectangulaire a une base de $18\,\text{cm} \times 12\,\text{cm}$. On veut un volume de $2,592\,\text{L}$. Convertir ce volume en cm^3.

B. Calculer l'aire de la base.

C. Déterminer la hauteur nécessaire.

D. Vérifier le volume obtenu.

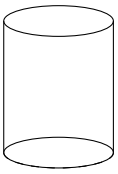
E. Si la hauteur disponible n'est que de 10 cm, quel serait le volume maximal ?

F. Exprimer ce dernier volume en litres.

Exercice 22 – Deux cylindres de même hauteur ⋆⋆⋆⋆

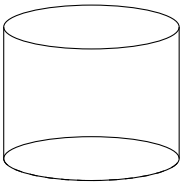
Étudier l'effet du rayon sur le volume.

Cylindre A



$r = 2$ cm, $h = 10$ cm

Cylindre B



$r = 4$ cm, $h = 10$ cm

A. Les cylindres A et B ont la même hauteur $h = 10$ cm. A a un rayon 2 cm et B un rayon 4 cm. Calculer V_A exactement.

B. Calculer V_B exactement.

C. Calculer le rapport V_B/V_A.

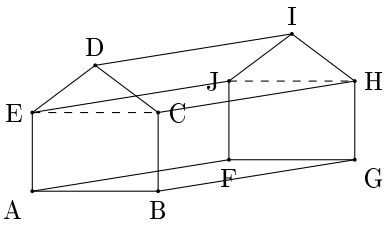
D. Le rayon de B est deux fois celui de A. Le volume est-il deux fois plus grand ?

E. Expliquer le résultat à l'aide de r^2.

F. Si on triple le rayon à hauteur constante, par quel facteur le volume est-il multiplié ?

Exercice 23 – Prisme à base composée ⋆⋆⋆⋆

Calculer l'aire d'une base en la décomposant.



A. La base d'un prisme est formée d'un rectangle 8×5 cm et d'un triangle de base 8 cm et hauteur 3 cm, sans recouvrement. Calculer l'aire du rectangle.

B. Calculer l'aire du triangle.

C. Calculer l'aire totale de la base.

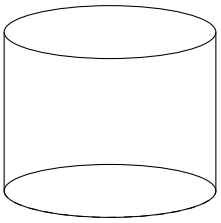
D. La hauteur du prisme vaut 12 cm. Calculer le volume.

E. Exprimer ce volume en litres.

F. Expliquer pourquoi on additionne les deux aires avant de multiplier par la hauteur du prisme.

Exercice 24 – Remplir un cylindre avec des bouteilles ⋆⋆⋆⋆

Combiner volume, conversion et quotient entier.



A. Un seau cylindrique a un rayon de 15 cm et une hauteur de 30 cm. Écrire son volume exact.

B. Calculer une valeur approchée avec $\pi \approx 3,14$.

C. Convertir en litres.

D. On utilise des bouteilles de 1,5 L. Combien de bouteilles pleines sont nécessaires pour dépasser la capacité du seau ?

E. Combien de bouteilles entières peut-on verser sans dépasser la capacité ?

F. Quel volume reste libre après ce nombre de bouteilles ?

Exercice 25 – Comparer un pavé et un prisme ⋆⋆⋆⋆

Comparer deux solides de formes différentes.

A. Un pavé mesure $10 \times 6 \times 8$ cm. Calculer son volume.

B. Un prisme a une base triangulaire de base 12 cm, hauteur 5 cm et hauteur de prisme 16 cm. Calculer l'aire de la base.

C. Calculer le volume du prisme.

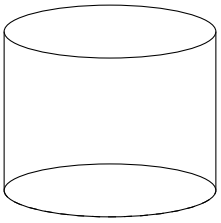
D. Comparer les deux volumes.

E. Les deux solides peuvent-ils avoir le même volume malgré des formes différentes ?

F. Donner une condition générale permettant à deux prismes droits d'avoir le même volume.

Exercice 26 – Erreur de formule ⋆⋆⋆⋆

Analyser et corriger des raisonnements erronés.



A. Un élève calcule un cylindre par $V = \pi rh$. Quelle erreur commet-il ?

B. Corriger la formule.

C. Pour $r = 3$ cm et $h = 8$ cm, calculer le volume exact.

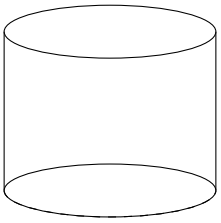
D. Un autre élève utilise le diamètre 6 à la place de $r = 3$. Quel volume exact obtient-il à tort ?

E. Combien de fois ce faux résultat est-il trop grand ?

F. Expliquer pourquoi utiliser le diamètre à la place du rayon multiplie ici le volume par 4.

Exercice 27 – Dimensionner un réservoir ⋆⋆⋆⋆

Déterminer une hauteur à partir d'une capacité imposée.



A. On veut un réservoir cylindrique de capacité 50 L et de rayon intérieur 20 cm. Convertir 50 L en cm^3.

B. Écrire l'équation $V = \pi r^2 h$.

C. Avec $\pi \approx 3,14$, calculer πr^2.

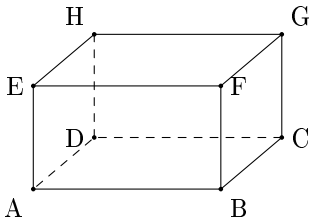
D. En déduire la hauteur nécessaire à 0,1 cm près.

E. Vérifier approximativement le volume obtenu.

F. Pourquoi faut-il préciser qu'il s'agit du rayon intérieur ?

Exercice 28 – Échelle et volume ⋆⋆⋆⋆

Comprendre l'effet d'un agrandissement sur le volume.



A. Un pavé a pour dimensions 3, 4 et 5 cm. Calculer son volume.

B. On double toutes les dimensions. Quelles sont les nouvelles dimensions ?

C. Calculer le nouveau volume.

D. Par quel facteur le volume a-t-il été multiplié ?

E. Si toutes les dimensions sont multipliées par 3, par quel facteur le volume est-il multiplié ?

F. Formuler une règle pour un coefficient d'agrandissement k.

Exercice 29 – Choisir entre deux contenants ⋆⋆⋆⋆

Résoudre un problème complet de comparaison de capacités.

A. Contenant A : pavé $30 \times 20 \times 25$ cm. Calculer sa capacité en litres.

B. Contenant B : cylindre de rayon 12 cm et hauteur 35 cm. Écrire son volume exact.

C. Calculer la capacité approchée de B avec $\pi \approx 3,14$.

D. Quel contenant a la plus grande capacité ?

E. Calculer l'écart en litres.

F. Si on doit stocker 16 L, lequel des deux convient ?

Exercice 30 – Synthèse - Pavé, prisme et cylindre ⋆⋆⋆⋆

Mobiliser les trois grandes formules du chapitre.

A. Un pavé droit mesure $9 \times 5 \times 4$ cm. Calculer son volume.

B. Un prisme droit a une base d'aire $18\,\text{cm}^2$ et une hauteur 10 cm. Calculer son volume.

C. Un cylindre a $r = 3$ cm et $h = 6$ cm. Donner son volume exact.

D. Donner le volume approché du cylindre avec $\pi \approx 3,14$.

E. Classer les trois solides du plus petit volume au plus grand.

F. Résumer en une phrase la stratégie commune permettant de calculer le volume d'un prisme droit ou d'un cylindre.