Triangles, parallélogrammes et quadrilatères - 5e

Exercice 1 – Reconnaître les quadrilatères usuels *

Identifier la nature des figures à partir de leurs propriétés.

A. Un quadrilatère possède quatre angles droits. Quelle nature peut-on reconnaître ?

B. Un quadrilatère possède quatre côtés de même longueur. Quelle nature peut-on reconnaître ?

C. Un quadrilatère possède quatre côtés égaux et quatre angles droits. Quelle est sa nature ?

D. Un quadrilatère possède une seule paire de côtés parallèles. Comment l'appelle-t-on ?

E. Citer une propriété commune au rectangle, au losange et au carré.

F. Un carré est-il aussi un rectangle ? Justifier.

Exercice 2 – Lire le codage d'un parallélogramme *

Utiliser les codages pour interpréter la figure.

A. Que signifie le même codage porté par $[AB]$ et $[CD]$?

B. Que signifie le même codage porté par $[AD]$ et $[BC]$?

C. Le point O est le point d'intersection des diagonales. Que peut-on dire de AO et OC ?

D. Que peut-on dire de BO et OD ?

E. Que peut-on affirmer sur les droites (AB) et (CD) ?

F. Citer deux propriétés visibles ou suggérées qui caractérisent un parallélogramme.

Exercice 3 – Définition du parallélogramme *

Compléter les propriétés fondamentales.

A. Compléter : un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont ... deux à deux.

B. Dans $ABCD$ parallélogramme, compléter : (AB) ... (CD).

C. Compléter : (AD) ... (BC).

D. Les côtés opposés ont-ils la même longueur ?

E. Les diagonales ont-elles toujours la même longueur ?

F. Les diagonales se coupent-elles en leur milieu ?

Exercice 4 – Parallélogrammes particuliers *

Associer chaque figure à ses propriétés.

A. Quel parallélogramme possède quatre angles droits ?

B. Quel parallélogramme possède quatre côtés égaux ?

C. Quel parallélogramme possède quatre côtés égaux et quatre angles droits ?

D. Dans quel parallélogramme les diagonales ont-elles la même longueur ?

E. Dans quel parallélogramme les diagonales sont-elles perpendiculaires ?

F. Un carré possède-t-il les propriétés du rectangle et du losange ?

Exercice 5 – Aire d'un parallélogramme *

Calculer des aires avec la formule $A = b \times h$.

A. Base 8 cm et hauteur 5 cm : calculer l'aire.

B. Base 12 cm et hauteur 3 cm : calculer l'aire.

C. Aire $42\,\text{cm}^2$ et base 7 cm : trouver la hauteur.

D. Aire $54\,\text{cm}^2$ et hauteur 6 cm : trouver la base.

E. Pourquoi ne peut-on pas remplacer la hauteur par n'importe quel côté oblique ?

F. Un parallélogramme de base 9 cm et hauteur 4 cm a-t-il la même aire qu'un rectangle 9×4 ?

Exercice 6 – Construire un parallélogramme à partir de trois sommets **

Construire le quatrième sommet et justifier la méthode.

A. Tracer trois points non alignés A, B, D. Quelle droite tracer par B ?

B. Quelle droite tracer par D ?

C. Comment définir le point C ?

D. Pourquoi $(BC) \parallel (AD)$?

E. Pourquoi $(DC) \parallel (AB)$?

F. Conclure sur la nature de $ABCD$.

Exercice 7 – Calculer des longueurs dans un parallélogramme **

Exploiter l'égalité des côtés opposés.

A. Dans $ABCD$, $AB = 7$ cm. Calculer CD.

B. On donne $BC = 4,5$ cm. Calculer AD.

C. Le périmètre vaut-il $2(AB + BC)$? Justifier.

D. Calculer le périmètre pour $AB = 7$ cm et $BC = 4,5$ cm.

E. Si le périmètre vaut 30 cm et $AB = 9$ cm, calculer BC.

F. Pourquoi la connaissance de deux côtés consécutifs suffit-elle pour calculer le périmètre ?

Exercice 8 – Diagonales et milieu **

Utiliser la propriété des diagonales.

A. Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en O. Si $AO = 6$ cm, calculer OC.

B. Si $BO = 4,2$ cm, calculer OD.

C. Calculer AC.

D. Calculer BD.

E. Le point O est-il milieu de $[AC]$? Justifier.

F. Cette propriété permet-elle de reconnaître un parallélogramme si elle est vérifiée dans un quadrilatère ?

Exercice 9 – Reconnaître rectangle, losange ou carré **

Choisir la nature la plus précise.

A. Parallélogramme avec un angle droit : quelle nature ?

B. Parallélogramme avec deux côtés consécutifs égaux : quelle nature ?

C. Parallélogramme dont les diagonales sont de même longueur : quelle nature ?

D. Parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires : quelle nature ?

E. Parallélogramme dont les diagonales sont égales et perpendiculaires : quelle nature ?

F. Pourquoi faut-il déjà savoir que la figure est un parallélogramme pour utiliser certaines caractérisations ci-dessus ?

Exercice 10 – Triangles et quadrilatères dans une figure composée **

Identifier les figures et utiliser les propriétés.

A. Dans un parallélogramme $ABCD$, tracer la diagonale $[AC]$. Quels triangles obtient-on ?

B. Comparer les longueurs AB et CD.

C. Comparer BC et AD.

D. Le segment $[AC]$ est-il commun aux deux triangles ?

E. Peut-on superposer les triangles ABC et CDA par un demi-tour de centre O, intersection des diagonales ?

F. Quelle idée géométrique relie ainsi parallélogramme et symétrie centrale ?

Exercice 11 – Prouver qu'un quadrilatère est un parallélogramme ***

Raisonner à partir des propriétés caractéristiques.

A. On sait que $(AB) \parallel (CD)$ et $(AD) \parallel (BC)$. Que conclure ?

B. On sait que $AB = CD$ et $AD = BC$. Quelle propriété caractéristique peut-on utiliser ?

C. On sait que les diagonales se coupent en leur milieu. Que conclure ?

D. Une seule paire de côtés opposés parallèles suffit-elle toujours ?

E. Une seule paire de côtés opposés de même longueur suffit-elle toujours ?

F. Rédiger une conclusion complète dans le cas des diagonales.

Exercice 12 – Parallélogramme et équations de longueurs ***

Raisonner à partir des propriétés caractéristiques.

A. Dans $ABCD$, $AB = 3x + 1$ et $CD = 16$. Écrire une équation.

B. Résoudre $3x + 1 = 16$.

C. Calculer AB.

D. Si $BC = 2x - 1$, calculer BC.

E. Calculer alors le périmètre.

F. Vérifier que les longueurs trouvées sont positives.

Exercice 13 – Aire d'une figure composée ***

Raisonner à partir des propriétés caractéristiques.

A. Un parallélogramme a base 12 cm et hauteur 7 cm. Calculer son aire.

B. On retire un triangle d'aire $18\,\text{cm}^2$. Calculer l'aire restante.

C. On ajoute un rectangle 5×3. Calculer l'aire ajoutée.

D. Calculer l'aire totale après retrait puis ajout.

E. Exprimer l'aire totale en mm^2.

F. Quelle étape nécessite une conversion d'unité ?

Exercice 14 – Milieu des diagonales et construction ***

Raisonner à partir des propriétés caractéristiques.

A. Tracer deux segments $[AC]$ et $[BD]$ se coupant en leur milieu O.

B. Relier A, B, C, D dans cet ordre. Quelle nature obtient-on ?

C. Si $AO = 4$ cm, que vaut OC ?

D. Si $BO = 3$ cm, que vaut OD ?

E. Pourquoi la construction garantit-elle un parallélogramme ?

F. Que faudrait-il ajouter pour garantir un rectangle ?

Exercice 15 – Choisir la nature la plus précise ***

Raisonner à partir des propriétés caractéristiques.

A. Un parallélogramme a quatre côtés égaux et un angle droit.

B. Un parallélogramme a des diagonales égales et perpendiculaires.

C. Un parallélogramme a seulement des diagonales égales.

D. Un parallélogramme a seulement des diagonales perpendiculaires.

E. Un quadrilatère quelconque a deux diagonales égales : peut-on conclure rectangle ?

F. Pourquoi cherche-t-on la nature la plus précise ?

Exercice 16 – Construction sous contraintes ***

Raisonner à partir des propriétés caractéristiques.

A. Construire $ABCD$ parallélogramme avec $AB = 6$ cm, $AD = 4$ cm et $\widehat{DAB} = 60°$.

B. Quelle donnée tracer en premier ?

C. Comment placer D ?

D. Comment obtenir C ?

E. Quelles parallèles faut-il construire ?

F. Pourquoi la figure obtenue est-elle unique à symétrie près ?

Exercice 17 – Diagonales d'un rectangle ***

Raisonner à partir des propriétés caractéristiques.

A. Dans un rectangle $ABCD$, $AC = 10$ cm. Que vaut BD ?

B. Si O est leur intersection, que vaut AO ?

C. Que vaut BO ?

D. Les diagonales sont-elles toujours perpendiculaires ?

E. Dans quel cas particulier le deviennent-elles ?

F. Quelle nature obtient-on si le rectangle a aussi quatre côtés égaux ?

Exercice 18 – Diagonales d'un losange ***

Raisonner à partir des propriétés caractéristiques.

A. Dans un losange, comment sont les diagonales ?

B. Se coupent-elles en leur milieu ?

C. Sont-elles nécessairement de même longueur ?

D. Si elles sont aussi de même longueur, quelle nature obtient-on ?

E. Si $AC = 12$ cm, que vaut AO ?

F. Si $BD = 8$ cm, que vaut BO ?

Exercice 19 – Triangle et aire du parallélogramme ***

Raisonner à partir des propriétés caractéristiques.

A. Une diagonale partage un parallélogramme d'aire $72\,\text{cm}^2$ en deux triangles. Quelle est l'aire de chaque triangle ?

B. Justifier sans mesurer de nouvelle hauteur.

C. Si un triangle a aire $36\,\text{cm}^2$, quelle aire a le parallélogramme ?

D. Base 9 cm : quelle hauteur pour une aire de 72 ?

E. La diagonale $[AC]$ change-t-elle l'aire totale ?

F. Donner une utilisation pratique de cette décomposition.

Exercice 20 – Vrai ou faux : quadrilatères ***

Raisonner à partir des propriétés caractéristiques.

A. Tout carré est un rectangle.

B. Tout rectangle est un carré.

C. Tout carré est un losange.

D. Tout losange est un carré.

E. Tout rectangle est un parallélogramme.

F. Les diagonales de tout parallélogramme sont perpendiculaires.

Exercice 21 – Synthèse : plusieurs caractérisations ****

Résoudre un problème de synthèse et justifier chaque étape.

A. On sait que $AO = OC$ et $BO = OD$. Que conclure sur $ABCD$?

B. On ajoute $AC = BD$. Quelle nature plus précise peut-on obtenir ?

C. On ajoute en plus $(AC) \perp (BD)$. Quelle nature obtient-on ?

D. Pourquoi O reste-t-il le milieu des deux diagonales ?

E. Citer toutes les familles auxquelles appartient alors $ABCD$.

F. Rédiger une démonstration en trois étapes.

Exercice 22 – Problème de construction inversé ****

Résoudre un problème de synthèse et justifier chaque étape.

A. On construit deux segments ayant le même milieu O. Qu'obtient-on en reliant leurs extrémités alternées ?

B. Quelle propriété garantit la réponse ?

C. Si les deux segments ont la même longueur, quelle nature plus précise peut apparaître ?

D. S'ils sont en plus perpendiculaires ?

E. Donner un exemple numérique : $AC = BD = 8$ cm.

F. Pourquoi cette méthode permet-elle de construire un carré si les deux diagonales sont égales et perpendiculaires ?

Exercice 23 – Aire et inconnue ****

Résoudre un problème de synthèse et justifier chaque étape.

A. Un parallélogramme a base $x + 3$ cm, hauteur 6 cm et aire $72\,\text{cm}^2$. Écrire une équation.

B. Résoudre l'équation.

C. Déterminer la base.

D. Si un côté oblique mesure 8 cm, calculer le périmètre.

E. Peut-on calculer le périmètre avec base et hauteur seules ?

F. Expliquer la différence entre hauteur et côté.

Exercice 24 – Problème du terrain ****

Résoudre un problème de synthèse et justifier chaque étape.

A. Un terrain en parallélogramme a base 24 m et hauteur 15 m. Calculer son aire.

B. Le prix d'entretien est de 3 € par m^2. Calculer le coût.

C. Une bande triangulaire d'aire 30 m^2 est retirée. Nouvelle aire ?

D. Nouveau coût ?

E. Si la base double et la hauteur reste la même, comment évolue l'aire ?

F. Justifier sans refaire tous les calculs.

Exercice 25 – Figure complexe de quadrilatères ****

Résoudre un problème de synthèse et justifier chaque étape.

A. Dans une figure, repérer un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles. Quelle nature ?

B. S'il possède un angle droit ?

C. S'il possède quatre côtés égaux ?

D. S'il possède simultanément un angle droit et quatre côtés égaux ?

E. Quelles informations de codage faut-il vérifier avant de conclure ?

F. Pourquoi une figure "qui ressemble" à un rectangle ne suffit-elle pas ?

Exercice 26 – Deux parallélogrammes partageant un côté ****

Résoudre un problème de synthèse et justifier chaque étape.

A. $ABCD$ et $ABEF$ sont deux parallélogrammes. Comparer CD et EF.

B. Comparer CD et AB.

C. Comparer EF et AB.

D. En déduire une relation entre CD et EF.

E. Que peut-on dire de leurs directions ?

F. Proposer un codage de la figure qui rend ces relations visibles.

Exercice 27 – Construction sans mesurer le quatrième côté ****

Résoudre un problème de synthèse et justifier chaque étape.

A. Construire $ABCD$ parallélogramme avec $AB = 7$ cm, $AD = 5$ cm et angle $A = 70°$.

B. Faut-il mesurer BC pour placer C ?

C. Quelle parallèle tracer par B ?

D. Quelle parallèle tracer par D ?

E. Comment vérifier la construction ?

F. Donner deux contrôles indépendants.

Exercice 28 – Carré à partir de ses diagonales ****

Résoudre un problème de synthèse et justifier chaque étape.

A. Tracer deux segments $[AC]$ et $[BD]$ de 8 cm, perpendiculaires et de même milieu O.

B. Relier les extrémités dans l'ordre. Quelle figure ?

C. Calculer AO, BO, CO, DO.

D. Pourquoi le quadrilatère est-il d'abord un parallélogramme ?

E. Pourquoi est-il aussi rectangle ?

F. Pourquoi est-il aussi losange, donc carré ?

Exercice 29 – Passerelle 4e - translation et parallélogramme ****

Résoudre un problème de synthèse et justifier chaque étape.

A. Enrichissement : on translate A vers B. Un point D a pour image C. Quelle figure forme $ABCD$?

B. Que peut-on dire de $[AB]$ et $[DC]$?

C. Que peut-on dire de (AB) et (DC) ?

D. Même question pour $[AD]$ et $[BC]$.

E. Pourquoi cet exercice est-il une passerelle vers la 4e ?

F. Quelle notion de 5e suffit déjà pour vérifier la conclusion ?

Exercice 30 – Bilan quadrilatères et parallélogrammes ****

Résoudre un problème de synthèse et justifier chaque étape.

A. Citer la définition d'un parallélogramme.

B. Donner une propriété de ses côtés.

C. Donner une propriété de ses diagonales.

D. Distinguer rectangle, losange et carré.

E. Donner la formule de l'aire.

F. Expliquer comment choisir une propriété pour démontrer la nature d'une figure.