Symétries axiale et centrale - 5e

Exercice 1 – Reconnaître une symétrie axiale *

Identifier l'axe et les points images.

A. Quel est l'axe de symétrie représenté ?

B. Quel est l'image de A ?

C. Quel est l'image de B ?

D. Que peut-on dire de (AA') et de l'axe ?

E. Où se trouve le milieu de $[AA']$?

F. Un point situé sur l'axe change-t-il de position ?

Exercice 2 – Construire l'image d'un point sur quadrillage *

Utiliser l'axe comme médiatrice.

A. Le point A est à 3 carreaux à gauche d'un axe vertical. Où placer A' ?

B. Le point B est à 2 carreaux au-dessus d'un axe horizontal. Où placer B' ?

C. Que conserve la construction : la distance à l'axe ?

D. Le segment $[AA']$ est-il parallèle ou perpendiculaire à l'axe ?

E. Si C est sur l'axe, où est C' ?

F. Pourquoi compter les carreaux de part et d'autre fonctionne-t-il ?

Exercice 3 – Propriétés de la symétrie axiale *

Dire ce qui est conservé.

A. Une longueur est-elle conservée ?

B. La mesure d'un angle est-elle conservée ?

C. L'alignement est-il conservé ?

D. Le parallélisme est-il conservé ?

E. L'aire d'une figure est-elle conservée ?

F. L'orientation gauche-droite est-elle inversée ?

Exercice 4 – Découvrir le demi-tour *

Interpréter la symétrie centrale comme un demi-tour.

A. Quel est le centre du demi-tour ?

B. Quel est l'image de A ?

C. Quel point est milieu de $[AA']$?

D. Les points A, O, A' sont-ils alignés ?

E. Que vaut OA par rapport à OA' ?

F. Quel angle de rotation correspond au demi-tour ?

Exercice 5 – Construire l'image par symétrie centrale *

Placer des images avec le centre O.

A. Pour construire A', quelle droite tracer ?

B. Où placer A' sur cette droite ?

C. Quelle égalité doit vérifier la construction ?

D. Quel rôle joue O dans $[AA']$?

E. Si $A = O$, quelle est son image ?

F. Pourquoi parle-t-on de demi-tour ?

Exercice 6 – Symétrie axiale sur feuille blanche **

Construire précisément l'image d'un point.

A. Quelle droite tracer par A par rapport à l'axe (d) ?

B. Noter H son intersection avec (d). Quelle distance mesurer ?

C. Où placer A' ?

D. Quelle relation entre AH et HA' ?

E. Que représente (d) pour $[AA']$?

F. Comment vérifier au compas ?

Exercice 7 – Symétrie centrale d'un segment **

Construire et comparer un segment et son image.

A. Construire les images A' et B' de A et B.

B. Quelle est l'image du segment $[AB]$?

C. Comparer AB et $A'B'$.

D. Comparer les droites (AB) et $(A'B')$.

E. Si $AB = 6$ cm, calculer $A'B'$.

F. Le milieu de $[AB]$ a-t-il pour image le milieu de $[A'B']$?

Exercice 8 – Image d'une droite **

Étudier l'image d'une droite par demi-tour.

A. Une droite ne passant pas par O devient-elle parallèle à elle-même ?

B. Si la droite passe par O, quelle est son image ?

C. Pourquoi le parallélisme est-il conservé ?

D. Une droite (d) contient A et B. Quelle droite contient leurs images ?

E. Si $(d) \parallel (e)$, que peut-on dire des images ?

F. Une symétrie centrale conserve-t-elle l'alignement ?

Exercice 9 – Longueurs, angles et aires conservés **

Utiliser les propriétés de conservation.

A. Un triangle a pour image un triangle. Si $AB = 5$ cm, que vaut $A'B'$?

B. Si $\widehat{ABC} = 63°$, que vaut l'angle image ?

C. Si l'aire du triangle est $18\,\text{cm}^2$, quelle est l'aire de son image ?

D. Le périmètre change-t-il ?

E. La nature isocèle d'un triangle est-elle conservée ?

F. La nature rectangle est-elle conservée ?

Exercice 10 – Axes et centres de figures usuelles **

Identifier les symétries de figures connues.

A. Combien d'axes de symétrie possède un rectangle non carré ?

B. Combien en possède un carré ?

C. Un parallélogramme quelconque possède-t-il nécessairement un axe de symétrie ?

D. Possède-t-il un centre de symétrie ?

E. Où se situe ce centre ?

F. Un triangle équilatéral possède-t-il un centre de symétrie ?

Exercice 11 – Centre comme milieu ***

Raisonner avec les propriétés des symétries.

A. A' est l'image de A par le demi-tour de centre O. Que peut-on dire de A, O, A' ?

B. Comparer OA et OA'.

C. Quel rôle joue O sur $[AA']$?

D. Réciproquement, si O est milieu de $[AA']$, que peut-on conclure ?

E. Si $AA' = 14$ cm, calculer OA.

F. Cette propriété permet-elle de construire une image au compas ?

Exercice 12 – Parallélisme par demi-tour ***

Raisonner avec les propriétés des symétries.

A. Le segment $[AB]$ a pour image $[A'B']$. Comparer les longueurs.

B. Que dire des droites supports si elles sont distinctes ?

C. Si $AB = 7,2$ cm, trouver $A'B'$.

D. Un angle de $48°$ devient quel angle ?

E. Pourquoi peut-on dire que la forme est conservée ?

F. Donner une application à un motif géométrique.

Exercice 13 – Trouver le centre d'une symétrie centrale ***

Raisonner avec les propriétés des symétries.

A. On connaît A et son image A'. Où se trouve le centre ?

B. On connaît aussi B et B'. Quelle vérification faire ?

C. Comment construire le milieu de $[AA']$?

D. Si les milieux de $[AA']$ et $[BB']$ sont différents, existe-t-il un même centre ?

E. Pourquoi ?

F. Résumer la méthode.

Exercice 14 – Symétrie centrale et parallélogramme ***

Raisonner avec les propriétés des symétries.

A. Dans un parallélogramme $ABCD$, O est l'intersection des diagonales. Quelle est l'image de A par le demi-tour de centre O ?

B. Image de B ?

C. Pourquoi ?

D. Que devient le côté $[AB]$?

E. Comparer AB et CD.

F. Quelle propriété du parallélogramme retrouve-t-on ?

Exercice 15 – Construire l'image d'un triangle ***

Raisonner avec les propriétés des symétries.

A. Construire A', image de A.

B. Construire B'.

C. Construire C'.

D. Relier les images. Quelle est l'image de ABC ?

E. Comparer les trois côtés correspondants.

F. Comparer les trois angles correspondants.

Exercice 16 – Axiale ou centrale ? ***

Raisonner avec les propriétés des symétries.

A. Une transformation utilise une droite fixe : laquelle ?

B. Une transformation utilise un point fixe : laquelle ?

C. Dans laquelle $[AA']$ est perpendiculaire à une droite médiatrice ?

D. Dans laquelle O est milieu de $[AA']$?

E. Laquelle correspond à un miroir ?

F. Laquelle correspond à un demi-tour ?

Exercice 17 – Frises, pavages et rosaces ***

Raisonner avec les propriétés des symétries.

A. Dans un motif répété par miroir, quel type de symétrie reconnaître ?

B. Dans un motif répété par demi-tour autour d'un point ?

C. Un motif et son image ont-ils la même aire ?

D. Les angles sont-ils conservés ?

E. Pourquoi ces transformations sont-elles utiles pour les pavages ?

F. Citer un contexte culturel possible mentionné par le programme.

Exercice 18 – Déterminer une image sans construire toute la figure ***

Raisonner avec les propriétés des symétries.

A. $A \mapsto A'$, $B \mapsto B'$. Quelle est l'image de $[AB]$?

B. Si M est le milieu de $[AB]$, où est son image ?

C. Si $(AB) \parallel (d)$, que dire des images ?

D. Si $AB = 9$ cm, longueur de l'image ?

E. Si un angle vaut $120°$, mesure de son image ?

F. Quel principe permet ces réponses rapides ?

Exercice 19 – Construction avec points manquants ***

Raisonner avec les propriétés des symétries.

A. On connaît A, B, A' et le centre O. Construire B'.

B. Quelle égalité utiliser ?

C. On connaît ensuite C' mais pas C. Comment retrouver C ?

D. La symétrie centrale est-elle réversible par elle-même ?

E. Pourquoi ?

F. Quel contrôle faire sur chaque paire point-image ?

Exercice 20 – Vrai ou faux : symétries ***

Raisonner avec les propriétés des symétries.

A. Une symétrie axiale conserve les longueurs.

B. Une symétrie centrale conserve les angles.

C. Le centre d'une symétrie centrale est milieu de chaque segment point-image.

D. Un point sur l'axe d'une symétrie axiale reste fixe.

E. Toute figure possède un axe de symétrie.

F. Tout parallélogramme possède un centre de symétrie.

Exercice 21 – Démonstration avec un demi-tour ****

Résoudre un problème de synthèse sur les transformations.

A. A' et B' sont images de A et B. Montrer que $AB = A'B'$.

B. Que dire des droites (AB) et $(A'B')$ si elles sont distinctes ?

C. Si M est milieu de $[AB]$, quelle est l'image de M ?

D. Justifier qu'elle est milieu de $[A'B']$.

E. Quelle propriété générale est utilisée ?

F. Rédiger une conclusion complète.

Exercice 22 – Retrouver un centre à partir de deux paires ****

Résoudre un problème de synthèse sur les transformations.

A. Construire le milieu de $[AA']$.

B. Construire celui de $[BB']$.

C. Si les deux milieux coïncident en O, que conclure ?

D. Que vérifier pour une troisième paire C, C' ?

E. Si le milieu diffère, quelle conclusion ?

F. Pourquoi deux paires suffisent-elles à contrôler fortement la transformation ?

Exercice 23 – Parallélogramme construit par symétrie centrale ****

Résoudre un problème de synthèse sur les transformations.

A. Choisir deux points A, B et un centre O. Construire C, image de A, et D, image de B.

B. Quelle figure est $ABCD$ si l'ordre est choisi correctement ?

C. Pourquoi les diagonales se coupent-elles en leur milieu ?

D. Comparer AB et CD.

E. Comparer AD et BC.

F. Quel lien entre symétrie centrale et parallélogramme est mis en évidence ?

Exercice 24 – Logo à deux symétries ****

Résoudre un problème de synthèse sur les transformations.

A. Un logo possède un axe vertical. Que doit-on vérifier pour chaque paire de points ?

B. Il possède aussi un centre O. Que vérifier ?

C. Une distance de 4 cm à gauche de l'axe devient quelle distance à droite ?

D. Un point à 6 cm de O a son image à quelle distance ?

E. Les aires des motifs changent-elles ?

F. Pourquoi faut-il distinguer l'axe et le centre dans la description ?

Exercice 25 – Figure complexe : images successives ****

Résoudre un problème de synthèse sur les transformations.

A. Construire l'image d'un triangle par symétrie axiale d'axe (d).

B. À partir de cette image, effectuer un demi-tour de centre O.

C. Les longueurs finales sont-elles les mêmes que celles du triangle initial ?

D. Les angles sont-ils conservés ?

E. L'aire est-elle conservée ?

F. Peut-on affirmer que la transformation globale est une simple symétrie centrale ?

Exercice 26 – Problème de pavage ****

Résoudre un problème de synthèse sur les transformations.

A. Un carreau est reproduit par demi-tour autour du centre d'un côté commun. Que conserve-t-on ?

B. Une arête de 5 cm devient quelle longueur ?

C. Un angle de 120° devient quelle mesure ?

D. Pourquoi deux carreaux s'ajustent-ils sans déformation ?

E. Quel intérêt pour un pavage ?

F. Donner une vérification géométrique à faire sur le dessin.

Exercice 27 – Construction sous contrainte ****

Résoudre un problème de synthèse sur les transformations.

A. Construire A', image de A, sans mesurer directement AA'.

B. Quel instrument utiliser pour reporter OA ?

C. Pourquoi faut-il aligner A, O, A' ?

D. Construire ensuite l'image d'un cercle de centre A et rayon 3 cm.

E. Quel est le centre du cercle image ?

F. Quel est son rayon ?

Exercice 28 – Symétrie et raisonnement sur les angles ****

Résoudre un problème de synthèse sur les transformations.

A. Un angle $\widehat{ABC} = 68°$. Quelle mesure pour son image ?

B. Si l'angle image est droit, que peut-on dire de l'angle initial ?

C. Une figure initiale possède deux droites perpendiculaires. Leurs images ?

D. Deux droites parallèles deviennent-elles parallèles ?

E. Pourquoi ?

F. Résumer les conservations utiles pour démontrer.

Exercice 29 – Passerelle 4e - de la symétrie centrale à la translation ****

Résoudre un problème de synthèse sur les transformations.

A. Enrichissement : en 4e, une nouvelle transformation est étudiée avec les parallélogrammes. Laquelle ?

B. Une translation est-elle un demi-tour ?

C. Que conserve-t-elle comme les symétries ?

D. Pourquoi ce point est-il seulement une passerelle ?

E. Quel contenu reste au cœur de la 5e ici ?

F. Citer une situation où l'on doit préférer "demi-tour" à "translation".

Exercice 30 – Bilan symétries axiale et centrale ****

Résoudre un problème de synthèse sur les transformations.

A. Définir la symétrie axiale d'un point.

B. Définir la symétrie centrale d'un point.

C. Donner une propriété de l'axe.

D. Donner une propriété du centre.

E. Citer quatre grandeurs ou relations conservées.

F. Expliquer comment reconnaître rapidement la transformation adaptée à une figure.