Géométrie plane : figures et parallélisme – 5e

Exercice 1 – Lire les notations et les codages *

Interpréter correctement chaque notation ou codage.

A. Que désigne $[AB]$?

B. Que désigne (AB) ?

C. Que désigne $[AB)$?

D. On sait que $M \in [AB]$ et $AM = MB$. Que représente M ?

E. Deux segments portent le même trait de codage. Que peut-on affirmer ?

F. Deux angles portent le même arc de codage. Que peut-on affirmer ?

Exercice 2 – Reconnaître des triangles particuliers *

Identifier la nature de chaque triangle à partir des données.

A. $AB = AC = 5$ cm et $BC = 7$ cm. Quelle est la nature de ABC ?

B. $DE = EF = FD = 4$ cm. Quelle est la nature de DEF ?

C. GHI possède un angle droit en H. Quelle est sa nature ?

D. JKL est rectangle en J et $JK = JL$. Préciser sa nature complète.

E. Dans un triangle isocèle en A, quels angles sont égaux ?

F. Dans un triangle équilatéral, quelle est la mesure de chaque angle ?

Exercice 3 – Tester si un triangle est constructible *

Utiliser l'inégalité triangulaire pour chaque série de longueurs.

A. Peut-on construire un triangle de côtés 3 cm, 4 cm et 5 cm ?

B. Avec 2 cm, 3 cm et 6 cm ?

C. Avec 5 cm, 5 cm et 8 cm ?

D. Avec 4 cm, 4 cm et 8 cm ?

E. Avec 4,2 cm, 5,1 cm et 8,7 cm ?

F. Énoncer la condition à vérifier avec la plus grande longueur.

Exercice 4 – Construire un triangle à partir de trois côtés *

Construire ABC avec $AB = 6$ cm, $AC = 5$ cm et $BC = 4$ cm, puis analyser la méthode.

A. Quelle longueur peut-on choisir comme base ?

B. Quel cercle trace-t-on à partir de A ?

C. Quel cercle trace-t-on à partir de B ?

D. Comment obtient-on le point C ?

E. Pourquoi y a-t-il en général deux positions possibles de C ?

F. Rédiger le programme de construction complet.

Exercice 5 – Construire et coder un triangle isocèle *

Construire un triangle DEF isocèle en D avec $DE = DF = 5$ cm et $EF = 6$ cm.

A. Quel segment est naturel à tracer en premier ?

B. Quels deux cercles permettent de placer D ?

C. Pourquoi leurs rayons sont-ils égaux ?

D. Que signifie « isocèle en D » ?

E. Quel codage faut-il ajouter sur la figure ?

F. Combien de triangles symétriques peut-on obtenir par rapport à (EF) ?

Exercice 6 – Construire avec deux côtés et un angle **

Construire ABC tel que $AB = 7$ cm, $AC = 5$ cm et $\widehat{BAC} = 60°$.

A. Quel côté peut-on tracer en premier ?

B. À quel sommet doit-on construire l'angle de $60°$?

C. Sur quel côté de l'angle place-t-on C ?

D. Quelle distance impose la position exacte de C ?

E. Quel instrument utilise-t-on pour l'angle ?

F. Rédiger la construction dans l'ordre.

Exercice 7 – Construire avec un côté et deux angles **

Construire DEF tel que $DE = 6$ cm, $\widehat{EDF} = 50°$ et $\widehat{DEF} = 65°$.

A. Tracer la donnée de longueur.

B. À quel sommet construire l'angle de $50°$?

C. À quel sommet construire l'angle de $65°$?

D. Comment obtient-on F ?

E. Calculer $\widehat{DFE}$ pour contrôler la figure.

F. Pourquoi la construction est-elle déterminée à symétrie près ?

Exercice 8 – Médiatrice d'un segment **

Tracer $[AB]$ de 8 cm puis construire sa médiatrice.

A. Quelle est la définition de la médiatrice de $[AB]$?

B. Comment la construire au compas ?

C. Si M appartient à la médiatrice, comparer MA et MB.

D. Réciproquement, si $PA = PB$, où se trouve P ?

E. La médiatrice passe-t-elle par le milieu de $[AB]$?

F. Quel angle forme-t-elle avec (AB) ?

Exercice 9 – Milieu et médiane d'un triangle **

Dans un triangle ABC, on note M le milieu de $[BC]$.

A. Quelles relations définissent le milieu M ?

B. Comment appelle-t-on le segment $[AM]$?

C. Construire le milieu N de $[AC]$. Quelle médiane obtient-on ?

D. Construire le milieu P de $[AB]$. Quelle médiane obtient-on ?

E. Que remarque-t-on sur les trois médianes ?

F. La médiane $[AM]$ est-elle forcément perpendiculaire à (BC) ?

Exercice 10 – Construire une hauteur **

Dans un triangle ABC, construire la hauteur issue de A.

A. Quelle droite supporte le côté opposé à A ?

B. Quelle relation doit vérifier la hauteur issue de A avec (BC) ?

C. On note H son pied. Où se trouve H ?

D. Dans un triangle aigu, où se trouve généralement H ?

E. Dans un triangle obtus, H peut-il être à l'extérieur de $[BC]$?

F. Quelle différence essentielle y a-t-il entre une hauteur et une médiane ?

Exercice 11 – Encadrer la troisième longueur ***

Un triangle possède deux côtés de longueurs 5 cm et 8 cm. Étudier les possibilités pour le troisième côté x.

A. Quelle inégalité vient de $5 + x > 8$?

B. Quelle inégalité vient de $5 + 8 > x$?

C. Donner l'encadrement complet de x.

D. La valeur $x = 2$ cm convient-elle ?

E. La valeur $x = 10$ cm convient-elle ?

F. La valeur $x = 13$ cm convient-elle ?

Exercice 12 – Choisir les données suffisantes pour construire ***

Pour chaque jeu de données, décider s'il permet de construire un triangle déterminé à symétrie près.

A. Les trois longueurs 4, 5, 6 cm suffisent-elles ?

B. Deux longueurs 5 cm et 7 cm seulement suffisent-elles ?

C. Un côté 6 cm et les deux angles à ses extrémités $40°$ et $70°$ suffisent-ils ?

D. Deux côtés 5 cm et 7 cm et leur angle compris $60°$ suffisent-ils ?

E. Les trois angles $50°, 60°, 70°$ sans longueur suffisent-ils à fixer la taille ?

F. Expliquer la différence entre fixer la forme et fixer la taille.

Exercice 13 – Retrouver une médiatrice par équidistance ***

On sait que $MA = MB$ et $NA = NB$, avec $M \neq N$.

A. Où se trouve M par rapport à $[AB]$?

B. Où se trouve N ?

C. Quelle droite passe donc par M et N ?

D. Que peut-on conclure sur (MN) et (AB) ?

E. La droite (MN) passe-t-elle par le milieu de $[AB]$?

F. Rédiger une justification complète.

Exercice 14 – Construire le cercle circonscrit ***

Construire le cercle passant par les trois sommets d'un triangle ABC.

A. Quelle droite faut-il construire à partir de $[AB]$?

B. Quelle seconde droite peut-on construire à partir de $[AC]$?

C. On note O leur intersection. Comparer OA et OB.

D. Comparer OA et OC.

E. En déduire OA, OB, OC.

F. Comment terminer la construction du cercle circonscrit ?

Exercice 15 – Hauteurs d'un triangle aigu ***

Construire les trois hauteurs d'un triangle aigu ABC.

A. Comment construire la hauteur issue de A ?

B. Comment construire celle issue de B ?

C. Noter H leur intersection. Où se situe H dans un triangle aigu ?

D. La hauteur issue de C passe-t-elle aussi par H ?

E. Comment appelle-t-on H ?

F. Pourquoi suffit-il de construire deux hauteurs pour localiser ce point ?

Exercice 16 – Hauteurs d'un triangle obtusangle ***

Étudier les hauteurs d'un triangle ABC dont $\widehat{ABC} > 90°$.

A. La hauteur issue de A rencontre-t-elle nécessairement le segment $[BC]$?

B. Que faut-il faire si le pied n'est pas sur le segment ?

C. Même question pour la hauteur issue de C.

D. Où se trouve l'orthocentre d'un triangle obtusangle ?

E. Pourquoi faut-il parler de la droite (BC) et pas seulement du segment $[BC]$?

F. Quelle erreur fréquente cet exercice permet-il d'éviter ?

Exercice 17 – Les trois médianes ***

Construire les trois médianes d'un triangle quelconque.

A. Comment construire le milieu M de $[BC]$?

B. Quelle médiane obtient-on avec M ?

C. Comment obtenir la médiane issue de B ?

D. Comment obtenir la médiane issue de C ?

E. Que constate-t-on pour les trois médianes ?

F. Ce point de concours doit-il être confondu avec le centre du cercle circonscrit ?

Exercice 18 – Triangle isocèle : médiane, hauteur et médiatrice ***

Dans ABC isocèle en A, M est le milieu de $[BC]$. Étudier la droite (AM).

A. Quelles égalités traduisent « isocèle en A » ?

B. Pourquoi $[AM]$ est-elle une médiane ?

C. Dans ce triangle particulier, quelle autre propriété possède (AM) ?

D. Que peut-on dire de (AM) par rapport à $[BC]$?

E. Comparer les triangles ABM et ACM.

F. Citer les trois rôles géométriques joués par (AM).

Exercice 19 – Construction sous plusieurs contraintes ***

Construire ABC tel que $BC = 7$ cm, $AB = 5$ cm et A appartient à la médiatrice de $[BC]$.

A. Que déduit-on de l'appartenance de A à la médiatrice de $[BC]$?

B. En déduire la longueur AC.

C. Quelle est la nature du triangle ?

D. Quelle première construction effectuer ?

E. Quels lieux géométriques faut-il ensuite intersecter pour placer A ?

F. Combien de positions de A obtient-on en général ?

Exercice 20 – Construction complète et points remarquables ***

Construire ABC avec $AB = 7$ cm, $AC = 5$ cm et $BC = 6$ cm, puis plusieurs droites remarquables.

A. Comment placer C à partir de $[AB]$?

B. Construire deux médiatrices : quel point obtient-on ?

C. Construire deux médianes : quel constat faire ?

D. Construire deux hauteurs : quel constat faire ?

E. Les trois points de concours obtenus sont-ils forcément confondus ?

F. Dans quel cas particulier plusieurs de ces droites peuvent-elles se confondre ?

Exercice 21 – Deux positions possibles du troisième sommet ****

Tracer $[AB]$ de 8 cm puis chercher tous les points C tels que $AC = 6$ cm et $BC = 5$ cm.

A. Quel lieu décrit la condition $AC = 6$ cm ?

B. Quel lieu décrit $BC = 5$ cm ?

C. Combien de points d'intersection obtient-on ?

D. Pourquoi ces deux points sont-ils symétriques par rapport à (AB) ?

E. Les deux triangles obtenus ont-ils les mêmes longueurs ?

F. Que peut-on conclure sur leur superposabilité ?

Exercice 22 – Lieu des points équidistants ****

On cherche tous les points M tels que $MA = MB$.

A. Construire un premier point répondant à la condition avec deux arcs de même rayon.

B. Construire un second point différent.

C. Quelle droite obtient-on en reliant ces deux points ?

D. Prouver que tout point de cette droite vérifie $MA = MB$.

E. Prouver réciproquement que tout point vérifiant $MA = MB$ appartient à cette droite.

F. Donner le nom du lieu géométrique obtenu.

Exercice 23 – Point équidistant de trois sommets ****

Construire un point M tel que $OA = OB = OC$ pour trois points non alignés A, B, C.

A. Quelle condition géométrique traduit $MA = MB$?

B. Quelle condition traduit $MA = MC$?

C. Comment construire M ?

D. Pourquoi $MB = MC$ en découle-t-il aussi ?

E. Quel est le nom de M pour le triangle ABC ?

F. Quel cercle naturel peut-on alors tracer ?

Exercice 24 – Retrouver le centre d'un cercle ****

Un cercle est donné sans son centre. On connaît trois points distincts A, B, C sur ce cercle.

A. Pourquoi le centre est-il équidistant de A et B ?

B. Sur quelle droite se trouve donc le centre ?

C. Même question avec A et C.

D. Comment construire le centre exact ?

E. Pourquoi deux médiatrices suffisent-elles ?

F. Comment vérifier la construction obtenue ?

Exercice 25 – Problème de la fontaine ****

Un jardin triangulaire a pour sommets A, B, C. On veut placer une fontaine à égale distance des trois sommets.

A. Quelle propriété doit vérifier le point F recherché ?

B. Quelle droite contient tous les points tels que $FA = FB$?

C. Quelle autre droite utiliser pour imposer $FA = FC$?

D. Comment obtenir F ?

E. Pourquoi la troisième égalité $FB = FC$ est-elle automatique ?

F. Quel avantage donne le cercle centré en F passant par A ?

Exercice 26 – Programme de construction inversé ****

On exécute : tracer $[AB]$, construire sa médiatrice, placer C sur cette médiatrice, puis relier C à A et B.

A. Quelle égalité de distances obtient-on automatiquement ?

B. Quelle est la nature de ABC ?

C. Quel est le sommet principal ?

D. Que peut-on dire des angles en A et B ?

E. Si M est le milieu de $[AB]$, quelle relation existe entre (CM) et (AB) ?

F. Quels codages faut-il placer sur la figure ?

Exercice 27 – Les données sont-elles suffisantes ? ****

Pour chaque situation, décider si un unique triangle est déterminé à symétrie près.

A. $AB = 6$ cm, $AC = 5$ cm seulement.

B. $AB = 6$ cm, $AC = 5$ cm, $BC = 4$ cm.

C. $AB = 6$ cm, $\widehat{A} = 50°$, $\widehat{B} = 70°$.

D. $\widehat{A} = 50°$, $\widehat{B} = 70°$, $\widehat{C} = 60°$.

E. $AB = AC$ et $BC = 7$ cm seulement.

F. Expliquer pourquoi une information redondante peut être utile pour contrôler une construction.

Exercice 28 – Synthèse de constructions remarquables ****

Dans un triangle ABC, construire successivement médiatrices, médianes et hauteurs puis comparer les résultats.

A. Quelles droites déterminent le centre du cercle circonscrit ?

B. Quelles droites joignent les sommets aux milieux opposés ?

C. Quelles droites sont perpendiculaires aux côtés opposés ?

D. Ces trois familles sont-elles définies de la même manière ?

E. Dans un triangle équilatéral, que se passe-t-il ?

F. Pourquoi est-il important de coder la figure au fur et à mesure ?

Exercice 29 – Passerelle vers la 4e — segment des milieux ****

Passerelle vers la 4e – approfondissement non évaluatif.

Approfondissement non évaluatif : dans ABC, M est le milieu de $[AB]$ et N celui de $[AC]$. On admet que le segment joignant les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté et mesure sa moitié.

A. Écrire les relations qui définissent M.

B. Écrire celles qui définissent N.

C. Quelle relation de parallélisme donne la propriété admise ?

D. Si $BC = 10$ cm, calculer MN.

E. Si $MN = 3{,}5$ cm, calculer BC.

F. Pourquoi cet exercice est-il identifié comme passerelle et non comme maîtrise normale de 5e ?

Exercice 30 – Synthèse — construire, justifier, contrôler ****

Construire ABC avec $AB = 6$ cm, $AC = 5$ cm et $BC = 7$ cm puis réaliser plusieurs contrôles géométriques.

A. Décrire la construction du troisième sommet C.

B. Construire le centre O du cercle circonscrit. Quelle égalité vérifier ?

C. Construire la médiane issue de A. Quelle donnée faut-il d'abord obtenir ?

D. Construire la hauteur issue de A. Quelle perpendicularité vérifier ?

E. Les deux droites précédentes doivent-elles être confondues ?

F. Donner une procédure de contrôle finale de la figure.