Angles et propriétés géométriques – 5e

Exercice 1 – Reconnaître la nature d'un angle *

Classer et comparer différentes mesures d'angles.

A. Un angle de 28° est-il aigu, droit, obtus ou plat ?

B. Même question pour 90°.

C. Même question pour 115°.

D. Même question pour 180°.

E. Même question pour 72°.

F. Donner l'intervalle de mesures correspondant à un angle obtus.

Exercice 2 – Angles adjacents et supplémentaires *

Utiliser l'addition des angles et l'angle plat.

A. $\widehat{AOC} = 120°$ et $\widehat{AOB} = 47°$, avec B à l'intérieur de $\widehat{AOC}$. Calculer $\widehat{BOC}$.

B. Deux angles supplémentaires : l'un vaut 68°. Calculer l'autre.

C. Deux angles adjacents mesurent 35° et 55°. Quelle est la mesure de l'angle total ?

D. Deux angles adjacents forment un angle plat. Le premier vaut 124°. Calculer le second.

E. Des angles de 40° et 140° sont-ils supplémentaires ?

F. Des angles supplémentaires sont-ils forcément adjacents ?

Exercice 3 – Angles opposés par le sommet *

Deux droites (AC) et (BD) se coupent en O.

A. Quel angle est opposé par le sommet à $\widehat{AOB}$?

B. Si $\widehat{AOB} = 56°$, calculer $\widehat{COD}$.

C. Calculer $\widehat{BOC}$.

D. Calculer $\widehat{DOA}$.

E. Pourquoi $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ sont-ils supplémentaires ?

F. Citer une autre paire d'angles opposés par le sommet.

Exercice 4 – Somme des angles d'un triangle *

Calculer l'angle manquant dans chaque cas.

A. Deux angles valent 52° et 67°.

B. Deux angles valent 90° et 35°.

C. Deux angles valent 45° et 45°.

D. Deux angles valent 30° et 60°.

E. Deux angles valent 72° et 54°.

F. Deux angles valent 115° et 25°.

Exercice 5 – Bissectrice d'un angle *

Utiliser la définition de la bissectrice.

A. $[Ox)$ est la bissectrice de $\widehat{AOB}$ et $\widehat{AOx} = 37°$. Calculer $\widehat{xOB}$.

B. Calculer alors $\widehat{AOB}$.

C. La bissectrice partage un angle de 126°. Calculer chaque moitié.

D. Un angle est partagé en deux angles de 42°. Quelle est sa mesure totale ?

E. Une demi-droite $[Ox)$, située à l'intérieur de $\widehat{AOB}$, vérifie $\widehat{AOx} = \widehat{xOB} = 31°$. Que peut-on conclure ?

F. Quelle propriété doit-on vérifier pour affirmer qu'une demi-droite est une bissectrice ?

Exercice 6 – Angles correspondants **

Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles et coupées par une sécante.

A. Sur la figure, $b = 64°$. Calculer l'angle correspondant f.

B. Expliquer pourquoi les angles b et f ont la même mesure.

C. Calculer l'angle a, adjacent à b.

D. Calculer l'angle d, opposé par le sommet à b.

E. Calculer l'angle e. Justifier.

F. Calculer les angles g et h. Justifier.

Exercice 7 – Angles alternes-internes **

Deux parallèles sont coupées par une sécante.

A. Un angle alterne-interne vaut 112°. Combien vaut l'autre ?

B. Pourquoi ?

C. Calculer un angle adjacent à cet angle de 112°.

D. Quel angle lui est opposé par le sommet ?

E. Quelle mesure ont les angles aigus de la configuration ?

F. Quelle mesure ont les angles obtus ?

Exercice 8 – Déterminer les huit angles **

Deux droites parallèles sont coupées par une sécante. On note $b = 58°$.

A. Calculer son opposé par le sommet d.

B. Calculer ses deux angles adjacents a et c.

C. Calculer l'angle correspondant f au second croisement.

D. Calculer l'angle alterne-interne h.

E. Lister les deux mesures présentes dans toute la figure.

F. Combien de fois chacune apparaît-elle ?

Exercice 9 – Prouver un parallélisme par les correspondants **

Une sécante coupe deux droites (d) et (d_2). Deux angles correspondants mesurent chacun 71°.

A. Que sait-on sur les deux angles ?

B. Quelle configuration faut-il identifier ?

C. Quelle propriété réciproque peut-on utiliser ?

D. Quelle conclusion obtient-on ?

E. Rédiger sous la forme « On sait que / Or / Donc ».

F. La conclusion serait-elle possible si les mesures étaient 71° et 109° ?

Exercice 10 – Prouver un parallélisme par les alternes-internes **

Deux angles alternes-internes mesurent chacun 63°.

A. Quelle égalité peut-on écrire ?

B. Quelle est leur position relative ?

C. Quelle réciproque utilise-t-on ?

D. Quelle conclusion tirer ?

E. Rédiger une démonstration en trois phrases.

F. Que manquerait-il si l'on savait seulement que deux angles quelconques valent $63°$?

Exercice 11 – Triangles isocèles et angles ***

Utiliser simultanément la propriété du triangle isocèle et la somme des angles.

A. Isocèle en A, angle à la base $70°$: calculer l'autre angle à la base.

B. Calculer alors l'angle en A.

C. Isocèle en B, angle au sommet $84°$: calculer les deux angles à la base.

D. Isocèle en C, angle en $A = 58°$: calculer B.

E. Calculer alors C.

F. Triangle rectangle isocèle : calculer les deux angles aigus.

Exercice 12 – Triangle rectangle et angles ***

Calculer des angles dans plusieurs triangles rectangles.

A. Rectangle en D, $\widehat{DEF} = 38°$. Calculer $\widehat{DFE}$.

B. Rectangle en A, angle en $B = 27°$. Calculer l'angle en C.

C. Un triangle possède des angles $90°$ et $45°$. Quelle nature plus précise peut-il avoir ?

D. Un triangle a deux angles $35°$ et $55°$. Que vaut le troisième ?

E. Que peut-on conclure sur ce triangle ?

F. Pourquoi deux angles droits sont-ils impossibles dans un triangle ?

Exercice 13 – Chaîne d'angles avec deux parallèles ***

Deux parallèles sont coupées par une sécante. Un angle vaut $126°$.

A. Calculer l'angle adjacent.

B. Calculer l'opposé par le sommet de l'angle donné.

C. Calculer le correspondant sur l'autre parallèle.

D. Calculer un alterne-interne aigu.

E. Donner les deux mesures présentes dans la figure.

F. Expliquer l'ordre de raisonnement le plus efficace.

Exercice 14 – Parallèle tracée par un sommet du triangle ***

Dans ABC, $\widehat{B} = 54°$, $\widehat{C} = 72°$. Par A, on trace $(d) \parallel (BC)$.

A. Calculer $\widehat{A}$.

B. Quel angle formé par (AB) et (d) a la même mesure que $\widehat{B}$?

C. Donner sa mesure.

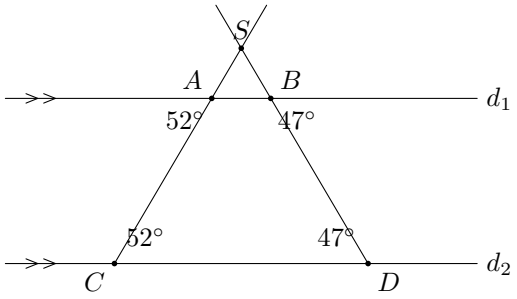
D. Quel angle formé par (AC) et (d) a la même mesure que $\widehat{C}$?

E. Donner sa mesure.

F. Vérifier que les trois angles alignés autour de A forment bien $180°$.

Exercice 15 – Deux sécantes et un triangle ***

Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles. Les sécantes (SC) et (SD) coupent (d_1) en A et B, puis (d_2) en C et D. Les angles indiqués mesurent 52° et 47°.



A. Par les angles alternes-internes, expliquer pourquoi $\widehat{SCD} = 52°$.

B. De même, expliquer pourquoi $\widehat{CDS} = 47°$.

C. Calculer l'angle $\widehat{CSD}$ du triangle SCD.

D. Les deux sécantes se prolongent au-delà de S. Calculer la mesure de l'angle opposé par le sommet à $\widehat{CSD}$.

E. Calculer l'angle supplémentaire de $\widehat{CSD}$.

F. Citer, dans l'ordre, les propriétés utilisées pour obtenir les mesures 52°, 47°, 81° puis 99°.

Exercice 16 – Rédiger une démonstration géométrique ***

À partir d'angles correspondants égaux, construire une rédaction rigoureuse.

A. Quelle information placer dans « On sait que » ?

B. Quelle propriété placer dans « Or » ?

C. Quelle conclusion placer dans « Donc » ?

D. Pourquoi faut-il préciser que les angles sont correspondants ?

E. Peut-on remplacer « correspondants » par « deux angles égaux quelconques » ?

F. Écrire la démonstration complète pour deux angles correspondants de 74°.

Exercice 17 – Vrai ou faux ? Justifier ***

Décider puis justifier chaque affirmation.

A. Deux angles opposés par le sommet sont égaux.

B. Deux angles supplémentaires sont toujours adjacents.

C. Deux angles correspondants sont toujours égaux.

D. Avec deux droites parallèles, les angles alternes-internes sont égaux.

E. Si deux angles alternes-internes sont égaux, alors les droites sont parallèles.

F. Un triangle peut avoir deux angles obtus.

Exercice 18 – Corriger un raisonnement faux ***

Analyser des phrases d'élèves et corriger précisément.

A. « Deux angles correspondants sont égaux, donc toutes les droites sont parallèles. » Où est l'imprécision ?

B. Donner la formulation correcte de la propriété directe.

C. Donner la formulation correcte de la réciproque.

D. « Deux angles font 180°, donc ils sont adjacents. » Est-ce vrai ?

E. « Deux angles opposés par le sommet sont supplémentaires. » Est-ce toujours vrai ?

F. Donner un exemple numérique qui montre la dernière erreur.

Exercice 19 – Équation issue d'angles supplémentaires ***

Deux angles adjacents sur une droite mesurent $(3x + 10)°$ et $(2x + 20)°$.

A. Pourquoi leur somme vaut-elle $180°$?

B. Écrire l'équation.

C. Réduire le membre de gauche.

D. Déterminer x.

E. Calculer les deux angles.

F. Effectuer une vérification numérique.

Exercice 20 – Équation avec les angles d'un triangle ***

Les angles d'un triangle mesurent $x°$, $(x + 20)°$ et $(x + 40)°$.

A. Quelle somme doit-on écrire ?

B. Écrire l'équation.

C. Réduire et résoudre.

D. Calculer les trois angles.

E. Vérifier la somme.

F. Quelle est la nature du triangle selon ses angles ? Est-il isocèle ? Justifier.

Exercice 21 – Problème inverse de parallélisme ****

Une sécante coupe deux droites. Un angle vaut $118°$ et l'angle intérieur du même côté de la sécante sur l'autre droite vaut $62°$.

A. Calculer la somme des deux angles.

B. Que remarque-t-on ?

C. À côté de l'angle de $118°$, calculer l'angle adjacent, puis le comparer à l'angle de $62°$ de la seconde intersection.

D. Quelle mesure obtient-on ?

E. Quelle égalité d'angles peut alors être utilisée pour conclure ?

F. Conclure sur les deux droites en explicitant la chaîne de raisonnement.

Exercice 22 – Chasse aux angles dans une figure complexe ****

Deux parallèles et deux sécantes forment plusieurs triangles. On connaît un angle de $65°$ et un autre de $42°$.

A. Transporter l'angle de $65°$ sur l'autre parallèle.

B. Transporter l'angle de $42°$.

C. Calculer l'angle du triangle formé entre les deux sécantes.

D. Calculer son opposé par le sommet d.

E. Calculer son supplémentaire.

F. Donner un ordre de calcul qui évite les erreurs.

Exercice 23 – Raisonnement avec une parallèle au sommet ****

Dans ABC, $B = 58°$, $C = 67°$. On trace par A une parallèle à (BC).

A. Calculer A.

B. Quel angle sur la parallèle vaut 58° ?

C. Quel angle sur la parallèle vaut 67° ?

D. Vérifier que ces trois angles autour de A totalisent 180°.

E. Expliquer en quoi cette construction peut servir à démontrer la somme des angles d'un triangle.

F. Quelle propriété des parallèles est utilisée deux fois ?

Exercice 24 – Décider si les informations suffisent ****

Pour chaque situation, dire si l'on peut conclure au parallélisme.

A. Deux angles correspondants valent 54° et 54°.

B. Deux angles alternes-internes valent 71° et 71°.

C. Deux angles correspondants valent 42° et 138°.

D. Deux angles adjacents au même sommet valent 60° et 120°.

E. Deux angles opposés par le sommet valent 96°.

F. Deux angles correspondants sont annoncés égaux mais aucune sécante commune n'est identifiée.

Exercice 25 – Preuve ou contre-exemple ****

Pour chaque affirmation, décider s'il faut une preuve ou un contre-exemple, puis conclure.

A. « Deux angles égaux sont opposés par le sommet. »

B. « Deux angles opposés par le sommet sont égaux. »

C. « Si deux droites coupées par une même sécante déterminent deux angles correspondants de même mesure, alors ces deux droites sont parallèles. »

D. « Deux angles supplémentaires sont adjacents. »

E. « Dans un triangle isocèle, les angles à la base sont égaux. »

F. « Un triangle peut avoir deux angles droits. »

Exercice 26 – Angles exprimés avec une inconnue ****

Deux droites parallèles sont coupées par une sécante. Deux angles correspondants mesurent $(4x-7)°$ et $(2x+39)°$.

A. Pourquoi peut-on égaler les deux expressions ?

B. Écrire l'équation.

C. Résoudre l'équation.

D. Calculer la mesure commune des deux angles.

E. Calculer leur angle supplémentaire.

F. Vérifier la cohérence des deux expressions pour la valeur trouvée.

Exercice 27 – Trouver l'erreur dans un raisonnement ****

Un élève affirme avoir deux parallèles alors que deux angles correspondants mesurent 76° et 104°.

A. Les deux angles sont-ils égaux ?

B. Peut-on appliquer la réciproque des correspondants ?

C. Le fait que leur somme vaille 180° suffit-il ?

D. Quel angle associé à 76° vaudrait 104° au même croisement ?

E. Quelle information faudrait-il comparer à 76° pour prouver le parallélisme ?

F. Rédiger la correction de l'affirmation de l'élève.

Exercice 28 – Démonstration de la somme des angles du triangle ****

On veut justifier pourquoi les angles de tout triangle totalisent $180°$ en traçant une parallèle.

A. Par quel sommet peut-on tracer une parallèle au côté opposé ?

B. Quel angle est alors égal à l'angle en B ?

C. Quel autre angle est égal à l'angle en C ?

D. Que forment les trois angles ainsi réunis autour de A ?

E. Quelle somme obtient-on ?

F. Rédiger la démonstration en quelques lignes.

Exercice 29 – Problème de voies parallèles ****

Deux voies rectilignes doivent être parallèles. Une route les coupe. À la première intersection, l'angle aigu mesuré est $38°$.

A. Quelle mesure doit avoir l'angle correspondant aigu à la seconde intersection ?

B. Quelle mesure doivent avoir les angles obtus ?

C. Si on mesure $39°$ au correspondant, peut-on conclure exactement au parallélisme mathématique ?

D. Si les deux angles correspondants valent exactement $38°$, quelle propriété justifie le parallélisme ?

E. Quel rôle joue la précision de mesure dans une situation réelle ?

F. Distinguer la conclusion mathématique exacte et la vérification expérimentale.

Exercice 30 – Synthèse — angles, parallélisme et raisonnement ****

Dans ABC, $\widehat{B} = 58°$ et $\widehat{C} = 67°$. Par A, on trace $(d) \parallel (BC)$, puis la bissectrice de $\widehat{A}$.

A. Calculer $\widehat{A}$.

B. Déterminer l'angle entre (AB) et (d) du côté correspondant à B.

C. Déterminer l'angle entre (AC) et (d) du côté correspondant à C.

D. Vérifier l'angle plat autour de A.

E. Calculer les deux angles obtenus par la bissectrice de $\widehat{A}$.

F. Rédiger la chaîne complète des propriétés utilisées.