

Triangles semblables et agrandissements

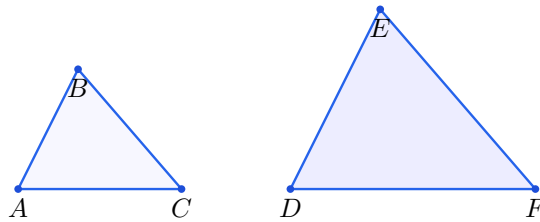
Classe de 3e - 30 exercices

Exercices seuls - sélection auditée du BM Pool 90Q - FINAL PRODUCTION V1

Exercice 1 - Définition des triangles semblables

Deux triangles sont dits semblables lorsque :

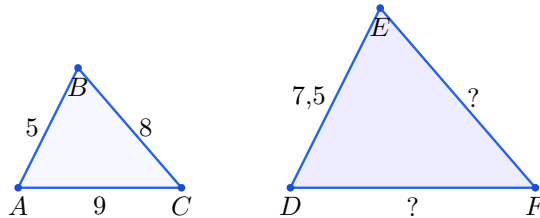
- a) leurs angles correspondants sont égaux et leurs côtés homologues sont proportionnels
- b) leurs trois côtés ont exactement les mêmes longueurs
- c) leurs aires sont nécessairement égales
- d) ils sont toujours rectangles



Exercice 2 - Trois longueurs homologues

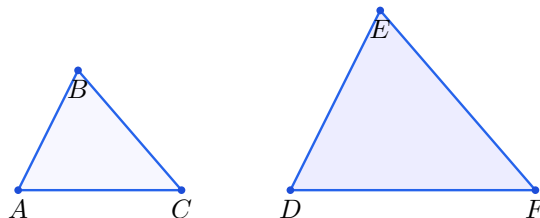
Le triangle ABC a pour côtés 5 cm, 8 cm et 9 cm. Le triangle DEF lui est semblable et le côté homologue à 5 cm mesure 7,5 cm.

- a) Déterminer le rapport de similitude de ABC vers DEF.
- b) Calculer la longueur homologue à 8 cm.
- c) Calculer la longueur homologue à 9 cm.



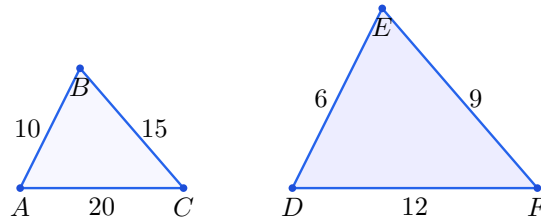
Exercice 3 - Aire sous agrandissement

Un triangle d'aire 7 cm^2 est agrandi avec un rapport $k = 2$. Déterminer l'aire de l'image.



Exercice 4 - Côtés proportionnels : vrai ou faux ?

Vrai ou faux ? Les triangles de côtés 10, 15, 20 et 6, 9, 12 sont semblables.



Exercice 5 - Homothétie de rapport 3

Une homothétie de centre O et de rapport 3 transforme A en A' et B en B'. On sait $OA = 2,5$ cm et $OB = 4,5$ cm.

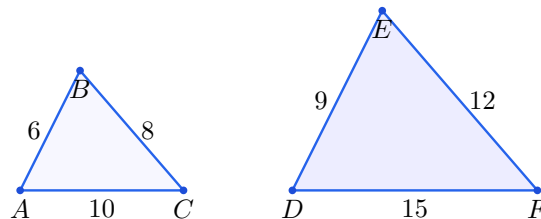
- Calculer OA' .
- Calculer OB' .
- Donner le facteur multiplicateur des aires.

Homothétie de centre O
 $OA = 2,5$ cm ; $OB = 4,5$ cm ; $k = 3$
Calculer OA' , OB' et le facteur d'aire.

Exercice 6 - Proportionnalité complète

Les triangles ABC et DEF ont pour côtés respectifs 6, 8, 10 et 9, 12, 15.

- Déterminer le coefficient de ABC vers DEF.
- Calculer le périmètre de ABC.
- Calculer le périmètre de DEF.
- Déterminer le rapport des aires $\mathcal{A}_{DEF}/\mathcal{A}_{ABC}$.



Exercice 7 - Retrouver le rapport à partir des aires

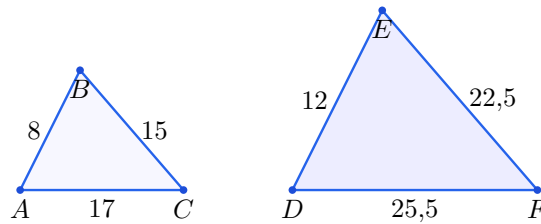
Les aires de deux triangles semblables valent 25 cm^2 et 81 cm^2 . Déterminer le coefficient de passage du petit au grand.

Deux triangles semblables
Aires : 25 cm^2 et 81 cm^2
Déterminer le coefficient du petit vers le grand.

Exercice 8 - Correspondance après tri

Les côtés d'un triangle sont 8 cm, 15 cm et 17 cm. Ceux d'un second sont 25,5 cm, 12 cm et 22,5 cm.

- Ranger les côtés du second triangle dans l'ordre croissant.
- Déterminer le coefficient du premier vers le second.
- Donner le côté homologue à 15 cm.
- Conclure si les triangles sont semblables.



Exercice 9 - Photo agrandie sans déformation

Une photo rectangulaire de 14 cm sur 9 cm est agrandie sans déformation pour mesurer 21 cm de longueur.

- Calculer le coefficient d'agrandissement.
- Calculer la nouvelle largeur.
- Calculer le nouveau périmètre.
- Donner le facteur multiplicateur des aires.

Photo initiale : 14 × 9 cm
Longueur agrandie : 21 cm
Largeur agrandie : ?

Exercice 10 - Retrouver le rapport d'une homothétie

Dans une homothétie de centre O, A est envoyé sur A' avec $OA = 5$ cm et $OA' = 12,5$ cm. Un second point B vérifie $OB = 7$ cm et son image est B'.

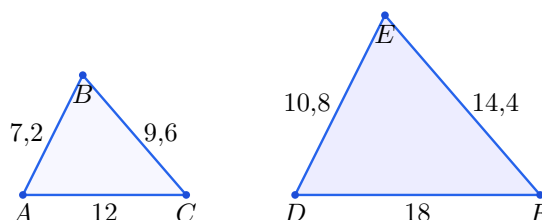
- Déterminer le rapport de l'homothétie.
- Calculer OB' .
- Donner le facteur multiplicateur des aires.

Homothétie de centre O
 $OA = 5$ cm ; $OA' = 12,5$ cm ; $OB = 7$ cm
Déterminer k , puis OB' .

Exercice 11 - Trois rapports de côtés

On compare deux triangles dont les côtés mesurent respectivement 7,2 cm ; 9,6 cm ; 12 cm et 10,8 cm ; 14,4 cm ; 18 cm.

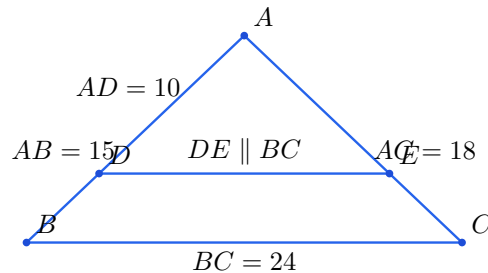
- Calculer le rapport des plus petits côtés.
- Calculer le rapport des côtés moyens.
- Calculer le rapport des plus grands côtés.
- Conclure sur la similitude des deux triangles.



Exercice 12 - Triangle et segment parallèle

Dans le triangle ABC, D appartient à [AB], E à [AC] et $DE \parallel BC$. On donne $AB = 15$ cm, $AD = 10$ cm, $AC = 18$ cm et $BC = 24$ cm.

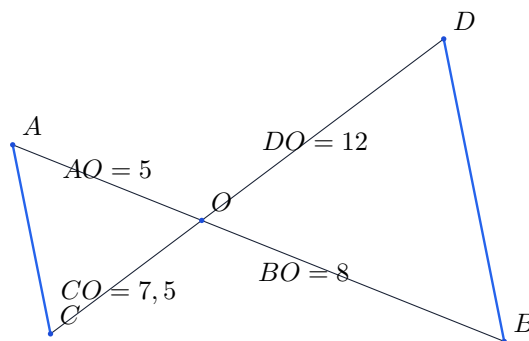
- Déterminer le rapport de réduction de ABC vers ADE.
- Calculer AE.
- Calculer DE.
- Déterminer le rapport des aires ADE/ABC.



Exercice 13 - Configuration papillon

A, O, B sont alignés et C, O, D sont alignés. Les segments AC et BD sont parallèles. On donne $AO = 5$ cm, $CO = 7,5$ cm, $BO = 8$ cm, $DO = 12$ cm et $AC = 6$ cm.

- Calculer BO/AO .
- Calculer DO/CO .
- Justifier que AOC et BOD sont semblables.
- Calculer BD.
- Déterminer le rapport des aires BOD/AOC.



Exercice 14 - Périmètres et aire inverse

Deux triangles semblables ont des périmètres de 32 cm et 48 cm. L'aire du plus grand vaut 90 cm^2 .

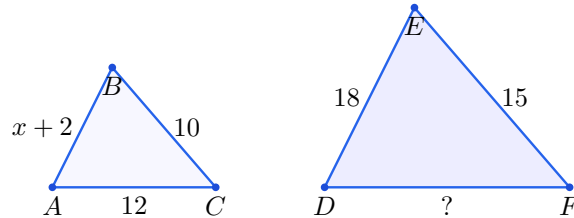
- Déterminer le coefficient du petit triangle vers le grand.
- Déterminer le rapport des aires grand/petit.
- Calculer l'aire du petit triangle.

Triangles semblables
Périmètres : 32 cm et 48 cm
Aire du grand : 90 cm^2

Exercice 15 - Inconnue dans une proportion

Deux triangles semblables vérifient : un côté de $x + 2$ cm correspond à 18 cm, tandis qu'un côté de 10 cm correspond à 15 cm. Un troisième côté du premier vaut 12 cm.

- Déterminer le rapport du second sur le premier.
- Calculer x .
- Calculer le troisième côté du second triangle.
- Calculer le périmètre du premier triangle.



Exercice 16 - Pythagore puis similitude

Un triangle rectangle a pour côtés de l'angle droit 9 cm et 12 cm. Un triangle semblable a le côté homologue à 9 cm égal à 12 cm.

- Calculer l'hypoténuse du petit triangle.
- Déterminer le coefficient petit vers grand.
- Calculer l'autre côté de l'angle droit du grand triangle.
- Calculer l'hypoténuse du grand triangle.

Triangle rectangle : côtés de l'angle droit 9 cm et 12 cm
Triangle semblable : côté homologue à 9 cm = 12 cm
Calculer les autres longueurs.

Exercice 17 - Ombres au même instant

Un piquet de 1,8 m projette une ombre de 2,4 m. Au même instant, un arbre projette une ombre de 14 m.

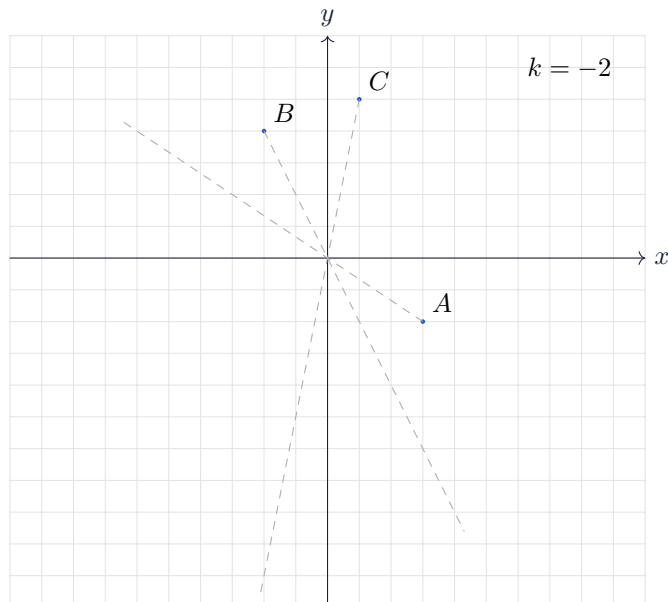
- Déterminer le rapport hauteur/ombre du petit triangle.
- Calculer la hauteur de l'arbre.
- Déterminer le rapport des aires grand/petit.

Piquet : 1,8 m ; ombre : 2,4 m
Arbre : hauteur ? ; ombre : 14 m
Rayons du Soleil parallèles.

Exercice 18 - Homothétie dans un repère

Dans un repère, $A(3; -2)$, $B(-2; 4)$ et $C(1; 5)$. Une homothétie de centre $O(0; 0)$ et de rapport -2 transforme ces points.

- Calculer les coordonnées de A' .
- Calculer les coordonnées de B' .
- Calculer les coordonnées de C' .
- Donner le facteur multiplicateur des aires.



Exercice 19 - Homothétie de rapport négatif

Une homothétie de centre O et de rapport $-\frac{4}{3}$ transforme A situé à 6 cm de O en A'. Un second point B vérifie $OB = 9$ cm.

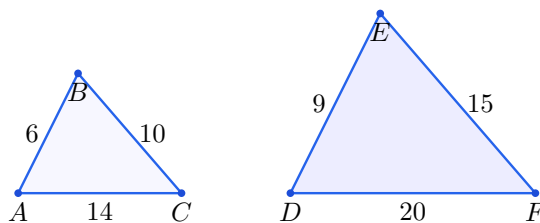
- Calculer OA' .
- Calculer OB' .
- Donner le facteur multiplicateur des aires.

Homothétie : $k = -\frac{4}{3}$
 $OA = 6$ cm ; $OB = 9$ cm
 Images sur les demi-droites opposées.

Exercice 20 - Détecter une fausse similitude

On compare les triangles de côtés 6, 10, 14 et 9, 15, 20.

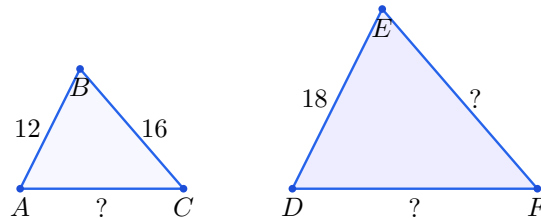
- Calculer $9/6$.
- Calculer $15/10$.
- Calculer $20/14$.
- Conclure si les triangles sont semblables.



Exercice 21 - Pythagore et triangles semblables

ABC est rectangle en A avec $AB = 12$ cm et $AC = 16$ cm. DEF est semblable à ABC et le côté DE, homologue de AB, mesure 18 cm.

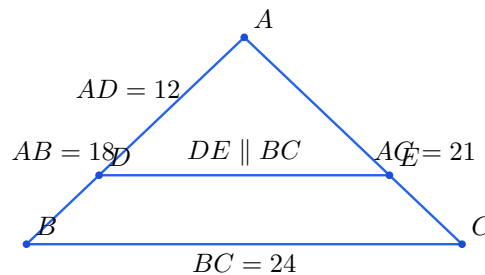
- Calculer BC.
- Déterminer le coefficient ABC vers DEF.
- Calculer DF, homologue de AC.
- Calculer EF, homologue de BC.
- Calculer l'aire de DEF.



Exercice 22 - Enseigne triangulaire et zone retirée

Une enseigne a la forme du triangle ABC. Une barre DE relie D sur [AB] à E sur [AC] et est parallèle à BC. On connaît $AB = 18$ cm, $AD = 12$ cm, $AC = 21$ cm, $BC = 24$ cm et l'aire totale 126 cm².

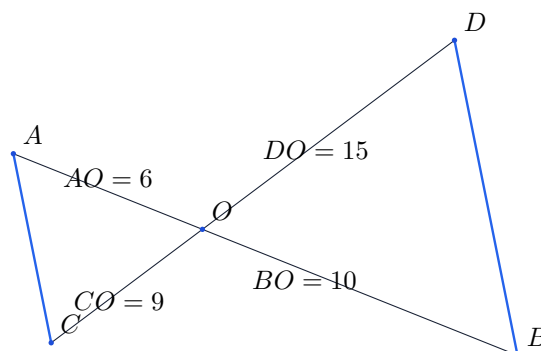
- Déterminer le rapport de réduction ABC vers ADE.
- Calculer AE.
- Calculer DE.
- Calculer l'aire de ADE.
- Calculer l'aire du quadrilatère DBCE.



Exercice 23 - Papillon complet

Dans la configuration, A, O, B sont alignés, C, O, D sont alignés et $AC \parallel BD$. On donne $AO = 6$ cm, $CO = 9$ cm, $BO = 10$ cm, $DO = 15$ cm et $AC = 7,2$ cm. L'aire du triangle AOC vaut 27 cm².

- Déterminer le coefficient AOC vers BOD.
- Calculer BD.
- Donner le rapport des périmètres BOD/AOC.
- Donner le rapport des aires BOD/AOC.
- Calculer l'aire de BOD.



Exercice 24 - Mesurer une hauteur avec un miroir

Une personne dont les yeux sont à 1,7 m du sol place un miroir au sol. La distance personne-miroir est 2,5 m et la distance miroir-bâtiment est 20 m. Les triangles formés par les rayons visuels sont semblables.

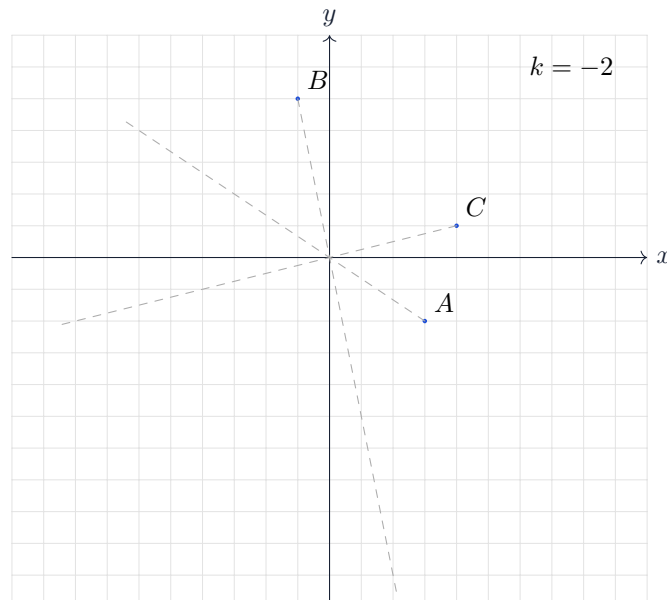
- Déterminer le coefficient petit triangle vers grand triangle.
- Calculer la hauteur du bâtiment.
- Donner le rapport des aires grand/petit.

Yeux : 1,7 m
Personne-miroir : 2,5 m
Miroir-bâtiment : 20 m

Exercice 25 - Homothétie négative dans un repère

Dans un repère, $A(3; -2)$, $B(-1; 5)$, $C(4; 1)$. On applique l'homothétie de centre $O(0; 0)$ et de rapport -2 .

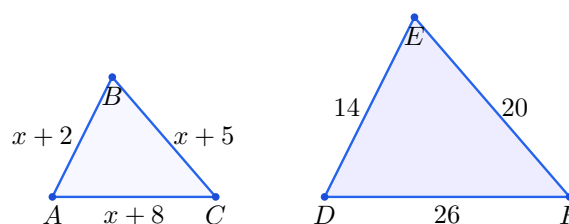
- Calculer A' .
- Calculer B' .
- Calculer C' .
- Donner le facteur multiplicateur des aires.



Exercice 26 - Côtés exprimés avec x

Un triangle a pour côtés $x + 2$, $x + 5$ et $x + 8$. Un triangle semblable a pour côtés homologues 14 cm, 20 cm et 26 cm.

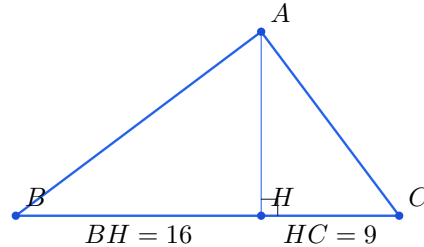
- Déterminer le rapport du second au premier à partir des deux premiers couples.
- Écrire l'équation avec $x + 2$.
- Calculer x .
- Donner les trois côtés du premier triangle.
- Vérifier le troisième côté image.



Exercice 27 - Hauteur sur l'hypoténuse

ABC est rectangle en A. La hauteur AH coupe l'hypoténuse BC en H. On donne $BH = 16$ cm et $HC = 9$ cm.

- Calculer BC.
- Calculer AH.
- Calculer AB.
- Calculer AC.
- Calculer l'aire de ABC.



Exercice 28 - Homothétie et volume

Une maquette tridimensionnelle est obtenue par une homothétie de rapport $\frac{4}{3}$. Avant transformation, une longueur vaut 9 cm, une aire vaut 45 cm^2 et un volume vaut 81 cm^3 .

- Calculer la longueur image.
- Calculer l'aire image.
- Donner le facteur multiplicateur des volumes.
- Calculer le volume image.

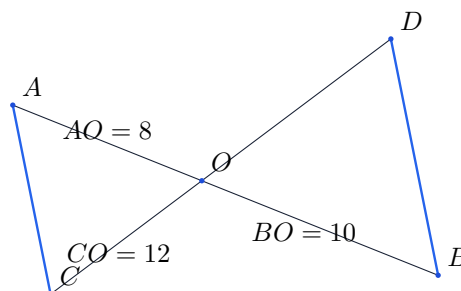
$$k = \frac{4}{3}$$

Longueur 9 cm ; aire 45 cm^2 ; volume 81 cm^3
Calculer les grandeurs images.

Exercice 29 - Papillon et aire inconnue

A, O, B sont alignés, C, O, D sont alignés et $AC \parallel BD$. On donne $AO = 8$ cm, $BO = 10$ cm, $CO = 12$ cm et $\mathcal{A}(AOC) = 40 \text{ cm}^2$.

- Déterminer le coefficient AOC vers BOD.
- Calculer DO.
- Déterminer le rapport des aires BOD/AOC.
- Calculer l'aire de BOD.



Exercice 30 - Synthèse Brevet : triangle rectangle, hauteur et homothétie

ABC est rectangle en A avec $AB = 12$ cm et $AC = 16$ cm. La hauteur issue de A coupe BC en H. Puis une homothétie de centre A et de rapport $-\frac{3}{4}$ transforme ABC en AB'C'.

- a) Calculer BC.
- b) Calculer BH.
- c) Calculer HC.
- d) Calculer AH.
- e) Calculer AB' et AC'.
- f) Calculer le périmètre du triangle image.
- g) Calculer l'aire du triangle image.

