

Racines carrées

Exercices seuls – Classe de 3e

20 exercices – niveau Brevet avancé – version impression noir et blanc

Exercice 1 – Simplifier des racines carrées

Consigne. Simplifier les racines carrées suivantes sous la forme la plus simple possible.

1. Simplifier $\sqrt{72}$.
2. Simplifier $\sqrt{180}$.
3. Simplifier $\sqrt{392}$.
4. Ranger les trois résultats du plus petit au plus grand.

Exercice 2 – Réduire une expression avec $\sqrt{2}$

Consigne. On considère l'expression :

$$A = 3\sqrt{50} - 2\sqrt{98} + 5\sqrt{8}.$$

1. Simplifier chaque racine carrée.
2. Écrire A sous la forme $a\sqrt{2}$, où a est un entier.
3. Calculer une valeur approchée de A au dixième.
4. Dire si A est un nombre rationnel ou irrationnel, en justifiant.

Exercice 3 – Identité remarquable avec racine

Consigne. Calculer et simplifier :

$$B = (2\sqrt{3} + 5)^2.$$

1. Identifier l'identité remarquable utilisée.
2. Développer B .
3. Écrire le résultat sous la forme $a + b\sqrt{3}$.
4. Donner une valeur approchée au centième.

Exercice 4 – Produit conjugué

Consigne. Calculer et simplifier :

$$C = (7 - 3\sqrt{5})(7 + 3\sqrt{5}).$$

1. Identifier l'identité remarquable utilisée.
2. Développer sans calculatrice.
3. Montrer que le résultat est un entier.
4. Vérifier par une valeur approchée.

Exercice 5 – Comparer sans calculatrice**Consigne.** Comparer les deux nombres positifs :

$$D = 5\sqrt{7} \quad \text{et} \quad E = \sqrt{180}.$$

1. Calculer D^2 .
2. Calculer E^2 .
3. Comparer D et E .
4. Donner une phrase de justification claire.

Exercice 6 – Somme de racines semblables**Consigne.** On considère :

$$F = \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{125} + 2\sqrt{80}.$$

1. Simplifier chaque racine carrée.
2. Écrire F sous la forme $a\sqrt{5}$.
3. Donner une valeur approchée au centième.
4. Trouver un entier n tel que $\lfloor n \rfloor$

Exercice 7 – Quotients de racines**Consigne.** On donne :

$$G = \frac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}.$$

1. Simplifier $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}}$.
2. Simplifier $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$.
3. Calculer exactement G .
4. Vérifier le résultat en utilisant la propriété $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, avec $b > 0$.

Exercice 8 – Carré d'une somme de racines**Consigne.** On considère :

$$H = (\sqrt{12} + \sqrt{27})^2.$$

1. Simplifier $\sqrt{12}$ et $\sqrt{27}$.
2. En déduire une forme simple de $\sqrt{12} + \sqrt{27}$.
3. Calculer exactement H .
4. Vérifier en développant directement $(\sqrt{12} + \sqrt{27})^2$.

Exercice 9 – Pythagore avec racines

Consigne. Un triangle rectangle a pour côtés de l'angle droit $6\sqrt{2}$ cm et $4\sqrt{5}$ cm.

1. Calculer le carré de la longueur de l'hypoténuse.
2. En déduire la longueur exacte de l'hypoténuse.
3. Donner une valeur approchée au millimètre.
4. Calculer l'aire exacte du triangle.

Exercice 10 – Aire d'un carré

Consigne. Un carré a pour aire 242 cm^2 .

1. Déterminer la longueur exacte de son côté.
2. Simplifier cette longueur.
3. Donner une valeur approchée au dixième.
4. Calculer le périmètre exact du carré.

Exercice 11 – Rectangle et diagonale

Consigne. On donne le rectangle $ABCD$ tel que $AB = 3\sqrt{7}$ cm et $AD = 5\sqrt{2}$ cm.

1. Calculer l'aire exacte du rectangle.
2. Calculer le périmètre exact du rectangle.
3. Calculer la longueur exacte de la diagonale AC .
4. Donner une valeur approchée de AC au dixième.

Exercice 12 – Annulation des racines

Consigne. On considère :

$$I = (\sqrt{11} - \sqrt{3})^2 + (\sqrt{11} + \sqrt{3})^2.$$

1. Développer $(\sqrt{11} - \sqrt{3})^2$.
2. Développer $(\sqrt{11} + \sqrt{3})^2$.
3. Calculer exactement I .
4. Expliquer pourquoi les termes avec racine disparaissent.

Exercice 13 – Calcul exact avec fractions de racines

Consigne. Calculer exactement :

$$J = \frac{\sqrt{300}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{192}}{\sqrt{3}} + \sqrt{27}.$$

1. Simplifier $\frac{\sqrt{300}}{\sqrt{3}}$.

2. Simplifier $\frac{\sqrt{192}}{\sqrt{3}}$.
3. Simplifier $\sqrt{27}$.
4. Donner la valeur exacte de J .

Exercice 14 – Racine imbriquée simple

Consigne. On considère deux nombres :

$$K = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} \quad \text{et} \quad L = 2 + \sqrt{3}.$$

1. Calculer L^2 .
2. Comparer K^2 et L^2 .
3. En déduire une écriture simplifiée de K .
4. Expliquer pourquoi on peut conclure sans signe $\pm$.

Exercice 15 – Aire avec produit conjugué

Consigne. Un terrain rectangulaire a une longueur $12 + 4\sqrt{3}$ mètres et une largeur $12 - 4\sqrt{3}$ mètres.

1. Montrer que les deux dimensions sont positives.
2. Calculer l'aire exacte du terrain.
3. Calculer le périmètre exact du terrain.
4. Dire si l'aire est rationnelle ou irrationnelle.

Exercice 16 – Diagonale d'un écran

Consigne. Un écran rectangulaire mesure 48 cm de largeur et 27 cm de hauteur.

1. Calculer la longueur exacte de sa diagonale.
2. Simplifier cette longueur.
3. Donner une valeur approchée au dixième.
4. Convertir cette diagonale en pouces, sachant que 1 pouce = 2,54 cm.

Exercice 17 – Programme de calcul

Consigne. On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir le nombre $x = \sqrt{5}$.
 - Multiplier par $3\sqrt{5}$.
 - Ajouter $2\sqrt{45}$.
 - Soustraire $\sqrt{180}$.
1. Calculer le produit $\sqrt{5} \times 3\sqrt{5}$.
 2. Simplifier $2\sqrt{45}$.

3. Simplifier $\sqrt{180}$.
4. Donner le résultat final exact.

Exercice 18 – Tester si un triangle est rectangle

Consigne. Un triangle ABC est tel que $AB = \sqrt{50}$, $AC = \sqrt{98}$ et $BC = \sqrt{288}$.

1. Simplifier les trois longueurs.
2. Calculer $AB^2 + AC^2$.
3. Calculer BC^2 .
4. Le triangle est-il rectangle ? Justifier.

Exercice 19 – Problème concret – rampe

Consigne. Une rampe forme un triangle rectangle avec le sol. La hauteur est de 1,5 m et la distance horizontale est de 4 m.

1. Calculer le carré de la longueur r de la rampe.
2. Donner la longueur exacte de la rampe sous la forme $a\sqrt{b}$, avec $a > 0$ rationnel et b entier.
3. Donner une valeur approchée de la longueur de la rampe au centimètre près.
4. On veut poser une bande antidérapante coûtant 8,90 € par mètre. Estimer le prix au centime près en utilisant la valeur non arrondie de la longueur.

Exercice 20 – Challenge final – calcul algébrique

Consigne. Challenge final. On considère :

$$M = (\sqrt{75} - \sqrt{12})^2 + (2\sqrt{3} + \sqrt{48})(2\sqrt{3} - \sqrt{48}).$$

1. Simplifier $\sqrt{75}$, $\sqrt{12}$ et $\sqrt{48}$.
2. Calculer $(\sqrt{75} - \sqrt{12})^2$.
3. Calculer $(2\sqrt{3} + \sqrt{48})(2\sqrt{3} - \sqrt{48})$.
4. En déduire la valeur exacte de M .