

Statistiques et échantillonnage - 30 exercices

Classe de Seconde - Exercices seuls

Exercice 1 - Tableau statistique complet — cumulés + moyenne + médiane + quartiles

Données. Notes (sur 20) obtenues par une classe :

Note x_i	6	8	9	10	12	14	16	18
Effectif n_i	2	3	5	7	6	4	2	1

- Calculer l'effectif total N et les fréquences f_i (en % à 0,1 % près).
- Faire les effectifs cumulés N_i . En déduire la médiane.
- Déterminer Q_1 , Q_3 et l'écart interquartile $IQR = Q_3 - Q_1$.
- Calculer la moyenne $\bar{x}$. Conclure : « La note moyenne est ... ».

Exercice 2 - Liste brute — médiane/quartiles + effet d'une valeur extrême

Données. Temps (en minutes) pour finir un exercice (15 élèves) :

14, 9, 12, 11, 10, 9, 8, 13, 12, 11, 10, 9, 12, 40, 10

- Trier la série et déterminer la médiane.
- Déterminer Q_1 et Q_3 . Donner $[Q_1; Q_3]$ et l'IQR.
- Calculer la moyenne $\bar{t}$ (au dixième). Comparer moyenne et médiane.
- On supprime la valeur 40 (élève absent/bug). Recalculer la moyenne et conclure sur l'influence des valeurs extrêmes.

Exercice 3 - Série en classes de même amplitude — fréquences + histogramme + moyenne approchée

Données. Taille (en cm) d'un groupe ($N = 40$) :

Classe (cm)	[150 ; 160[	[160 ; 170[	[170 ; 180[	[180 ; 190[
Effectif	6	10	18	6

- Calculer les fréquences de chaque classe (en %).
- Les classes ont toutes une amplitude de 10 cm. Donner les hauteurs d'un histogramme lorsque la hauteur est choisie égale à l'effectif. Identifier la classe modale.
- Estimer la moyenne à l'aide des centres de classes.
- Déterminer la classe médiane à l'aide des effectifs cumulés.

Exercice 4 - Diagramme en secteurs — retrouver effectifs + angle + incohérences

Données. Répartition des moyens de transport (classe de $N = 32$) :

- Bus : 37,5 %
- À pied : 25 %
- Vélo : 12,5 %
- Voiture : le reste

- Compléter le pourcentage « Voiture ».
- Donner les effectifs correspondants (sur 32 élèves).

- c) Donner l'angle du secteur « Bus » dans un diagramme circulaire.
- d) Un élève dit : « 12,5 % de 32, ça fait 5. » Vérifier et expliquer l'erreur éventuelle.

Exercice 5 - Moyenne pondérée — coefficients + ajout/suppression d'un élève

Données. Une moyenne trimestrielle est calculée avec :

- DS1 : 11/20 (coef 2)
- DS2 : 7/20 (coef 3)
- DM : 16/20 (coef 1)
- Interro : 12/20 (coef 1)

- a) Calculer la moyenne pondérée $\bar{x}$.
- b) Quelle note au prochain DS (coef 3) faut-il pour atteindre 11 de moyenne (au minimum) ?
- c) Un prof oublie le DM (coef 1). Recalculer la moyenne et commenter l'impact.
- d) Dire pourquoi on ne peut pas faire « moyenne des notes » sans coefficients ici.

Exercice 6 - Médiane + quartiles à partir d'un tableau d'effectifs (sans liste)

Données. Nombre de livres lus pendant un mois ($N = 50$) :

Livres x	0	1	2	3	4	5	6
Effectif n	6	11	14	9	6	3	1

- a) Construire les effectifs cumulés.
- b) Déterminer la médiane.
- c) Déterminer Q_1 et Q_3 (méthode des seuils).
- d) Donner une phrase d'interprétation de Q_3 .

Exercice 7 - Estimation d'une proportion — échantillon + extrapolation + comparaison

Contexte. On veut estimer la proportion d'élèves qui prennent un goûter le matin.

Dans un échantillon de $n = 250$ élèves, $k = 78$ répondent « oui ».

- a) Calculer l'estimation $\hat{p}$ (fréquence) en décimal et en %.
- b) Dans un lycée de 1 200 élèves, estimer le nombre d'élèves concernés (arrondi à l'unité).
- c) On fait un second échantillon $n = 250$ et on obtient $k = 60$. Calculer $\hat{p}_2$ et comparer. Que peut-on conclure ?
- d) Donner deux raisons possibles pour lesquelles l'estimation peut être mauvaise (biais).

Exercice 8 - Échantillonnage — reconnaître un échantillon biaisé et le corriger

Situation. On veut estimer la proportion d'élèves qui font du sport au moins 2 fois/semaine.

Protocole A : on interroge 120 élèves **à la sortie de l'AS (association sportive)**.

Protocole B : on tire au hasard 120 élèves dans l'établissement (liste complète) et on les interroge.

- a) Quel protocole est le plus fiable pour estimer la proportion dans tout le lycée ? Justifier.
- b) Expliquer précisément le biais du protocole A.
- c) Proposer un protocole C encore meilleur (ou plus « propre ») que B, sans augmenter la taille.
- d) Donner une phrase de conclusion correcte (avec prudence) après une estimation $\hat{p}$.

Exercice 9 - Boîte à moustaches — retrouver médiane/quartiles + interpréter**Données (résumé à 5 nombres).** Notes sur 20 :min = 4, $Q_1 = 8$, médiane = 11, $Q_3 = 14$, max = 19.

- Calculer l'étendue et l'écart interquartile.
- Donner l'intervalle interquartile et préciser la proportion minimale de notes qu'il contient.
- Interpréter la médiane par une phrase.
- Deux classes A et B ont la même médiane 11. La classe A a $IQR = 6$ et la classe B a $IQR = 2$. Laquelle est la plus « homogène » ? Expliquer.

Exercice 10 - Challenge — même moyenne, distributions très différentes (analyse complète)**Données.** Deux groupes de 10 élèves (notes sur 20) :

Groupe A

6, 8, 9, 10, 10, 11, 11, 12, 13, 20

Groupe B

9, 10, 10, 11, 11, 11, 11, 12, 12, 13

- Calculer les moyennes $\bar{x}_A$ et $\bar{x}_B$. Comparer.
- Calculer la médiane de chaque groupe.
- Déterminer Q_1 , Q_3 et l'IQR de chaque groupe.
- Quel groupe est le plus régulier ? Donner un argument **statistique** (pas « à l'œil »).

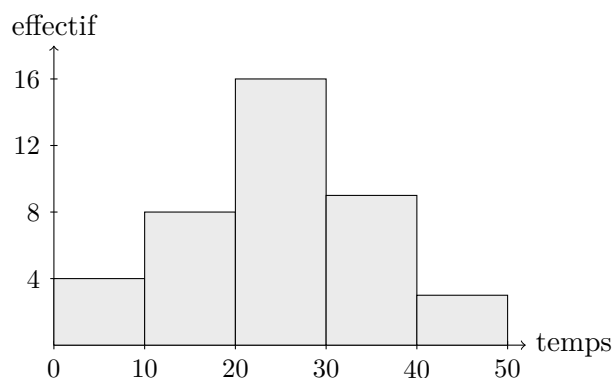
Exercice 11 - Écart type — comparer deux séries de même moyenne**Données.** On considère les deux séries :

A : 6, 8, 10, 12, 14 et B : 8, 9, 10, 11, 12.

- Calculer la moyenne de chaque série.
- Calculer la variance puis l'écart type de chaque série.
- Quelle série est la plus homogène ? Justifier par un indicateur.
- On ajoute 3 à chaque valeur de A. Donner la nouvelle moyenne et le nouvel écart type sans tout recalculer.

Exercice 12 - Histogramme — classes de même amplitude et estimation**Données.** Les durées (en minutes) sont regroupées en classes de largeur 10 :

Classe	$[0 ; 10[$	$[10 ; 20[$	$[20 ; 30[$	$[30 ; 40[$	$[40 ; 50[$
Effectif	4	8	16	9	3



- a) Vérifier l'effectif total et calculer les fréquences.
- b) Identifier la classe modale.
- c) Estimer la moyenne à l'aide des centres de classes.
- d) Déterminer la classe médiane puis estimer la médiane par interpolation uniforme.

Exercice 13 - Moyenne pondérée inversée — retrouver un effectif

Les valeurs 8, 12, 16 ont pour effectifs respectifs 3, x , 5. La moyenne de la série vaut 12,5.

- a) Déterminer x .
- b) Donner l'effectif total et les trois fréquences.
- c) Déterminer la médiane.
- d) Déterminer Q_1 , Q_3 et l'écart interquartile.

Exercice 14 - Fusion de deux groupes — moyenne globale

Le groupe A contient 24 élèves de moyenne 11,5. Le groupe B contient 16 élèves de moyenne 14.

- a) Calculer la somme des notes de chaque groupe.
- b) Calculer la moyenne des 40 élèves réunis.
- c) On ajoute des élèves ayant tous 17/20. Combien faut-il en ajouter au minimum pour atteindre une moyenne globale de 13 ?
- d) Peut-on calculer la médiane globale en faisant une moyenne pondérée des deux médianes ? Expliquer.

Exercice 15 - Tableau croisé — fréquences marginales et conditionnelles

On interroge 100 élèves de trois classes sur leur venue à vélo.

	Vélo	Pas vélo	Total
2A	18	12	30
2B	14	26	40
2C	16	14	30
Total	48	52	100

- a) Vérifier les marges du tableau.
- b) Calculer la fréquence marginale des élèves venant à vélo.
- c) Calculer la fréquence conditionnelle « venir à vélo sachant que l'élève est en 2B ».
- d) Comparer les trois classes en utilisant des fréquences conditionnelles.

Exercice 16 - Deux variables qualitatives — association sans causalité

Dans un échantillon de 200 élèves, on croise fréquentation régulière de la bibliothèque et réussite à un test.

	Test réussi	Test non réussi	Total
Bibliothèque régulière	72	28	100
Bibliothèque non régulière	54	46	100

- a) Calculer le taux de réussite global.
- b) Calculer le taux de réussite dans chacun des deux groupes.
- c) Mesurer l'écart en points de pourcentage.
- d) Peut-on conclure que fréquenter la bibliothèque cause la réussite ? Justifier.

Exercice 17 - Transformation affine d'une série — indicateurs

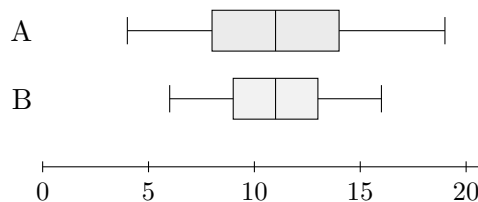
Une série X a pour moyenne 12, écart type 2,4, $Q_1 = 10$, médiane 12, $Q_3 = 13,5$, minimum 6 et maximum 18. On définit $Y = 1,5X - 4$.

- a) Calculer la moyenne de Y .
- b) Calculer l'écart type de Y .
- c) Déterminer Q_1 , la médiane et Q_3 de Y .
- d) Calculer l'étendue de Y et la comparer à celle de X .

Exercice 18 - Boîtes à moustaches — comparer centre et dispersion

Les résumés à cinq nombres sont :

A : (4; 8; 11; 14; 19) ; B : (6; 9; 11; 13; 16).



- a) Comparer les médianes.
- b) Calculer les deux écarts interquartiles et les deux étendues.
- c) Donner l'intervalle contenant au moins la moitié centrale des valeurs dans chaque classe.
- d) Quelle classe semble la plus homogène ?

Exercice 19 - Moyenne après ajout et suppression — retrouver une valeur

Les ventes de 10 journées ont une moyenne de 42 unités.

- a) Calculer la somme des ventes des 10 journées.
- b) Après une 11e journée, la moyenne devient 44. Combien d'unités ont été vendues ce jour-là ?
- c) Parmi les 11 journées figure une journée à 20 unités. On la retire du bilan : calculer la moyenne des 10 journées restantes.
- d) Expliquer pourquoi la moyenne augmente après le retrait de cette journée.

Exercice 20 - Valeur manquante — moyenne, médiane et quartiles

La série ordonnée est 4, 6, 8, x , 12, 14, 16, avec $8 \leq x \leq 12$. Sa moyenne vaut 10.

- a) Déterminer x .
- b) En déduire la médiane.
- c) Déterminer Q_1 et Q_3 .
- d) Calculer l'écart interquartile et l'étendue.

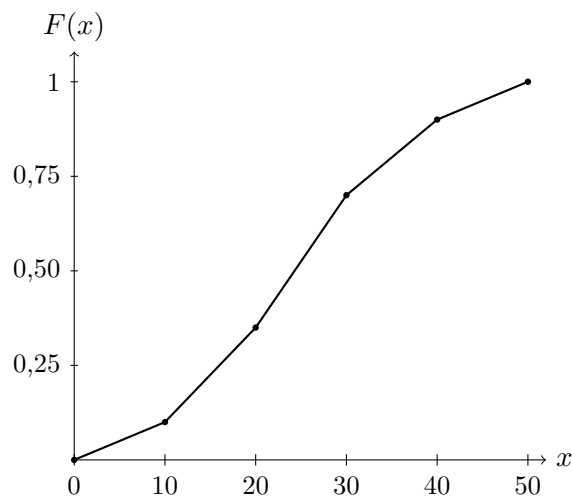
Exercice 21 - Série regroupée — moyenne et écart type estimés

Une série est regroupée en quatre classes dont les centres sont 5, 15, 25, 35, avec effectifs 5, 10, 15, 10.

- Estimer la moyenne.
- Calculer la moyenne des carrés $\overline{x^2}$, puis la variance estimée $V = \overline{x^2} - \bar{x}^2$.
- En déduire l'écart type estimé.
- Si on ajoute 5 à tous les centres, que deviennent moyenne et écart type ?

Exercice 22 - Fréquences cumulées — lire quartiles et médiane

On dispose du polygone des fréquences cumulées suivant, reliant les points (0;0), (10;0,10), (20;0,35), (30;0,70), (40;0,90), (50;1).



- Estimer Q_1 par interpolation linéaire.
- Estimer la médiane.
- Estimer Q_3 .
- Quelle proportion des données se situe dans $[20; 40]$?

Exercice 23 - Échantillon stratifié — construire une estimation

Un lycée compte 1200 élèves : 400 en Seconde, 450 en Première et 350 en Terminale. On veut un échantillon stratifié proportionnel de 120 élèves.

- Déterminer combien d'élèves tirer dans chaque niveau.
- Dans l'échantillon, 24 Secondes, 30 Premières et 14 Terminales soutiennent un projet. Estimer la proportion globale de soutien.
- Estimer le nombre de soutiens dans tout le lycée.
- Pourquoi un sondage de 120 volontaires sur les réseaux sociaux serait-il moins fiable ?

Exercice 24 - Simulation Python — fréquence de succès

On exécute le programme :

```
from random import random
s = 0
for _ in range(5000):
    if random() < 0.42:
        s = s + 1
```

```
print(s / 5000)
```

- Expliquer ce que représente la variable s .
- Autour de quelle valeur le résultat affiché est-il attendu ?
- Si $s = 2075$, calculer la fréquence affichée et son écart à 0,42.
- Que se passe-t-il en général si l'on remplace 5000 par 100000 ?

Exercice 25 - Fluctuation d'échantillonnage — comparer deux tailles

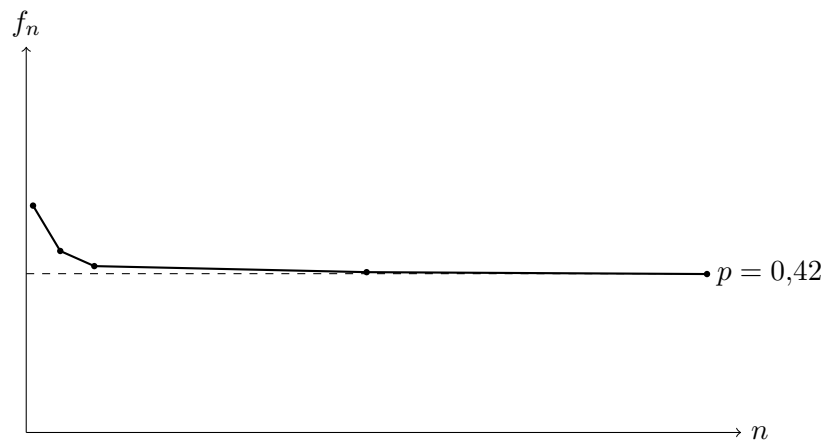
Cinq échantillons de taille 50 donnent les fréquences 0,34, 0,46, 0,40, 0,54, 0,36. Cinq échantillons de taille 800 donnent 0,405, 0,424, 0,416, 0,431, 0,414.

- Calculer la moyenne des cinq fréquences pour chaque taille.
- Calculer l'étendue des fréquences dans chaque série.
- Quel groupe de fréquences est le plus stable ?
- Quelle valeur de proportion du modèle semble compatible avec les deux séries ?

Exercice 26 - Loi des grands nombres — interpréter une trajectoire

Une simulation d'événements de probabilité $p = 0,42$ fournit les fréquences cumulées suivantes :

Nombre d'essais n	10	50	100	500	1000
Fréquence f_n	0,60	0,48	0,44	0,424	0,419



- Calculer $|f_n - p|$ pour chaque valeur de n .
- Décrire la tendance observée.
- Peut-on affirmer que l'écart diminue à chaque essai dans toute simulation ?
- Si l'on recommence la simulation, obtiendra-t-on exactement la même courbe ?

Exercice 27 - Intervalle empirique central — lire une simulation

On simule 1000 échantillons de taille 200 selon un même modèle. Après classement des 1000 fréquences obtenues, la 26e vaut 0,365 et la 975e vaut 0,505.

- Proposer un intervalle empirique contenant les 950 fréquences centrales.
- Quelle proportion des 1000 simulations cela représente-t-il ?
- Une fréquence observée de 0,58 est-elle courante au regard de cette simulation ?

- d) Si la taille des échantillons augmente fortement, comment évolue en général la largeur d'un tel intervalle empirique ?

Exercice 28 - Tableau croisé à trois modalités — comparer correctement

On étudie le moyen de transport et les retards de 200 élèves.

Transport	En retard	À l'heure	Total
Bus	18	42	60
Vélo	6	54	60
À pied	9	71	80

- Calculer la fréquence globale des retards.
- Calculer la fréquence de retard conditionnelle pour chaque moyen de transport.
- Quel groupe a la fréquence de retard la plus élevée ?
- Pourquoi faut-il comparer des fréquences et non les seuls nombres 18, 6 et 9 ?

Exercice 29 - Tableau croisé inversé — reconstruire les cases

Parmi 200 élèves, 55 % participent à un club, soit 110 élèves. Parmi les participants, 60 % sont demi-pensionnaires. Au total, le lycée compte 120 demi-pensionnaires dans l'échantillon.

- Construire le tableau croisé Club / Demi-pensionnaire.
- Calculer la fréquence « club sachant demi-pensionnaire ».
- Calculer la fréquence « club sachant externe ».
- Que suggère l'égalité éventuelle de ces deux fréquences dans cet échantillon ?

Exercice 30 - Synthèse — statistique descriptive et estimation sur échantillon

On étudie le temps de trajet de 40 élèves choisis dans un lycée :

Temps (min)	10	15	20	30
Effectif	6	14	12	8

Parmi ces 40 élèves, 18 déclarent utiliser habituellement un mode de transport actif.

- Calculer moyenne, médiane, Q_1 et Q_3 des temps de trajet.
- Calculer l'écart type des temps de trajet.
- Estimer la proportion de transport actif et, pour un lycée de 1200 élèves, le nombre correspondant.
- Donner deux limites de cette extrapolation.