

Fonctions affines, droites et systèmes - 2nde

Exercice 1 - Fonction affine déterminée par deux images — seuil et signe

**

1. Une fonction affine $f(x) = ax + b$ vérifie $f(-2) = 7$ et $f(4) = -5$. Déterminer a et b , puis écrire $f(x)$.
2. Déterminer l'antécédent de 0 par f .
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \geq 1$ et donner la réponse en intervalle.
4. Le point $P(5; -7)$ appartient-il à la représentation graphique de f ? Justifier.

Exercice 2 - Droite par deux points — forme réduite, cartésienne et vecteur directeur **

1. On considère $A(-3; 5)$ et $B(5; 1)$. Calculer le coefficient directeur de (AB) .
2. Déterminer l'équation réduite de (AB) .
3. Écrire une équation cartésienne de (AB) sous la forme $ax + by + c = 0$, avec a , b et c entiers et sans facteur commun. Puis donner un vecteur directeur de (AB) .
4. Déterminer le point de (AB) d'abscisse 9.

Exercice 3 - Parallélisme avec paramètre — puis intersection exacte

Difficile **

1. On considère $d_k : (k - 1)x - 2y + 5 = 0$ et $d : 3x - 6y - 4 = 0$. Écrire les deux droites sous forme réduite lorsque cela est possible.
2. Déterminer k pour que d_k et d soient parallèles.
3. Pour cette valeur de k , les droites sont-elles confondues? Justifier.
4. Pour $k = 5$, calculer exactement le point d'intersection de d_5 et d .

Exercice 4 - Alignement avec paramètre — équation de droite

**

1. On considère $A(-2; 7)$ et $B(1; 1)$. Déterminer l'équation réduite de (AB) .
2. On pose $C(\lambda; -9)$. Déterminer λ pour que A, B et C soient alignés.
3. Vérifier si $D(4; -5)$ appartient à (AB) .
4. Déterminer l'abscisse du point de (AB) d'ordonnée 11.

Exercice 5 - Intersection de droites cartésiennes — droite parallèle issue du point trouvé

**

1. Résoudre exactement le système
$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 2y = -1 \end{cases}.$$
2. En déduire le point d'intersection I des deux droites correspondantes.
3. Déterminer l'équation réduite de la droite d_3 passant par I et parallèle à $y = 3x - 2$.
4. Déterminer l'intersection de d_3 avec l'axe des abscisses.

Exercice 6 - Systèmes — distinguer solution unique, aucune solution et infinité

**

1. Résoudre ou classer $S_1 : \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x - 6y = 14 \end{cases}$.
2. Résoudre ou classer $S_2 : \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + 4y = 13 \end{cases}$.
3. Résoudre $S_3 : \begin{cases} 3x - y = 8 \\ x + y = 4 \end{cases}$.
4. Résoudre $S_4 : \begin{cases} x = 2 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$.

Exercice 7 - Système avec paramètre — coordonnées de l'intersection

**

1. On considère $S_m : \begin{cases} y = (m - 1)x + 2 \\ y = 2x + m \end{cases}$. Pour $m \neq 3$, exprimer la solution unique $(x_m ; y_m)$.
2. Étudier précisément le cas $m = 3$.
3. Existe-t-il une valeur de m pour laquelle le système possède une infinité de solutions ?
4. Déterminer m pour que le point d'intersection appartienne à l'axe des ordonnées.

Exercice 8 - Position relative de deux fonctions affines — équations et inéquations

**

1. On pose $f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$ et $g(x) = \frac{1}{2}x - 2$. Résoudre $f(x) = g(x)$.
2. Résoudre $f(x) \geq g(x)$ et interpréter graphiquement.
3. Résoudre $f(x) \leq 3$.
4. Résoudre $g(x) > 3$.

Exercice 9 - Signe et variation d'une fonction affine — contrainte double

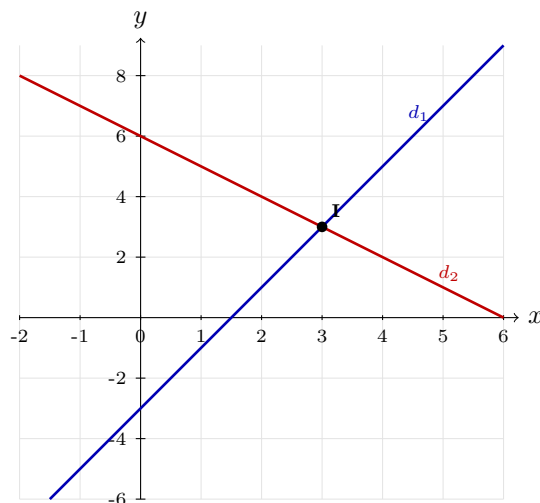
**

1. Soit $p(x) = -\frac{5}{3}x + \frac{10}{3}$. Donner son coefficient directeur, son ordonnée à l'origine et son sens de variation.
2. Déterminer le signe de $p(x)$ sur $\mathbb{R}$.
3. Résoudre la double contrainte $-5 \leq p(x) \leq 5$.
4. Résoudre $p(x) > -2$ et donner la réponse en notation française d'intervalle.

Exercice 10 - Lecture graphique et résolution algébrique — deux droites

**

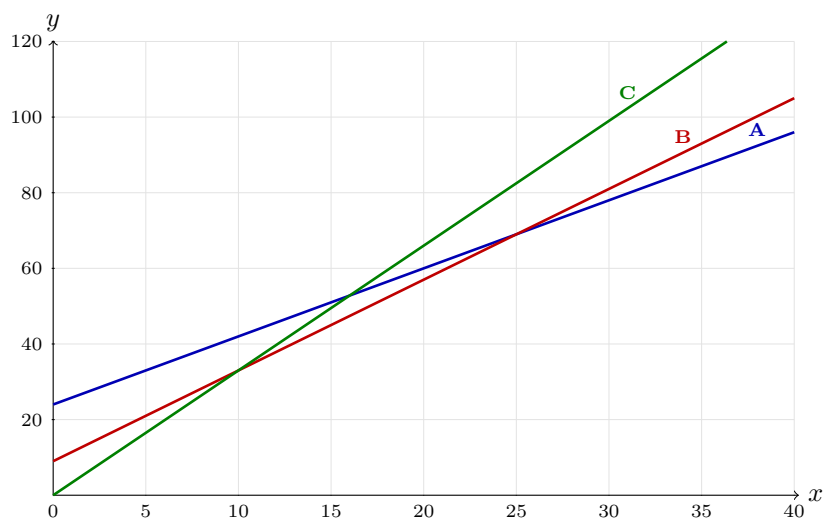
1. À partir du graphique, conjecturer puis déterminer exactement l'équation de d_1 .
2. Faire de même pour d_2 .
3. Déterminer exactement le point d'intersection I des deux droites.
4. Résoudre $2x - 3 \leq -x + 6$ et relier la réponse à la position relative des deux droites.



Exercice 11 - Trois offres affines — seuils et choix optimal entier

**

1. Trois offres coûtent $A(n) = 24 + 1,8n$, $B(n) = 9 + 2,4n$ et $C(n) = 3,3n$, pour $n \geq 0$. Calculer les trois abscisses d'intersection deux à deux.
2. Pour quels nombres réels de séances B est-elle strictement moins chère que A et C à la fois ?
3. Pour quels nombres entiers de séances B est-elle strictement la moins chère ?
4. Pour $n = 20$, déterminer l'offre la moins chère et son coût.



Exercice 12 - Mélange de concentrations — système puis formule paramétrée

**

1. On veut préparer 40 L d'une solution à 30% à partir de solutions à 20% et 50%. En notant x et y les volumes respectifs, écrire le système.
2. Résoudre exactement ce système.
3. Vérifier par un calcul de quantité de soluté que le mélange obtenu est bien à 30%.
4. Plus généralement, pour 40 L à $t\%$, avec $20 \leq t \leq 50$, exprimer x et y en fonction de t .

Exercice 13 - Triangle en géométrie repérée — côtés et médianes

**

1. Dans un repère, on considère $A(-3; 1)$, $B(5; 5)$ et $C(1; -3)$. Déterminer les équations réduites de (AB) , (AC) et (BC) .
2. Calculer le milieu M de $[BC]$ et déterminer l'équation de la médiane issue de A .
3. Calculer le milieu N de $[AC]$ et déterminer l'équation de la médiane issue de B .
4. Calculer le point d'intersection G de ces deux médianes.

Exercice 14 - Point et vecteur directeur — passer aux deux formes d'équation

**

1. La droite d passe par $P(2; -1)$ et a pour vecteur directeur $\vec{u} = (3; 2)$. Déterminer une équation cartésienne primitive de d .
2. Mettre cette équation sous forme réduite.
3. Déterminer le point de d d'abscisse 5.
4. Déterminer l'équation de la parallèle à d passant par $Q(-1; 4)$, sous forme cartésienne primitive.

Exercice 15 - Algorithme de reconstruction d'une droite — calcul exact

**

1. Un algorithme reçoit $A(1; 4)$ et $B(5; -2)$, puis calcule $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$. Calculer m .
2. L'algorithme calcule ensuite $p = y_A - mx_A$. Calculer p .
3. En déduire l'équation réduite de (AB) .
4. Déterminer exactement l'intersection de (AB) avec la droite $y = 2x - 1$.

Exercice 16 - Composition d'une fonction affine — identification par coefficients

Très ***

1. Une fonction affine croissante $f(x) = ax + b$ vérifie $f(f(x)) = 9x - 4$ pour tout réel x . Établir les relations vérifiées par a et b .
2. Déterminer complètement la fonction f .
3. Déterminer le point fixe de f , c'est-à-dire la solution de $f(x) = x$.
4. Résoudre $f(x) \geq 2x + 5$.

Exercice 17 - Droite paramétrée enfermée entre deux droites sur un intervalle

1. Pour $x \in [0; 4]$, on veut $d_k(x) = kx + 1 \leq f(x) = 2x + 3$. Déterminer la contrainte sur k .
2. Sur le même intervalle, on veut aussi $d_k(x) \geq g(x) = -x$. Déterminer la seconde contrainte sur k .
3. En déduire toutes les valeurs de k pour lesquelles $g(x) \leq d_k(x) \leq f(x)$ pour tout $x \in [0; 4]$.
4. Vérifier que pour $k = \frac{1}{2}$, les deux inégalités sont strictes sur tout $[0; 4]$.

Exercice 18 - Concours de trois droites — paramètre de concurrence

1. On considère $d_1 : y = 2x + 1$ et $d_2 : y = -x + 7$. Calculer leur point d'intersection I.
2. On considère $d_m : y = mx + 3$. Déterminer m pour que d_m , d_1 et d_2 soient concourantes.
3. Pour cette valeur de m, écrire l'équation de d_m et vérifier directement que I lui appartient.
4. Déterminer l'équation de la droite passant par l'origine O et par I.

Exercice 19 - Système symétrique avec paramètre — perte d'unicité

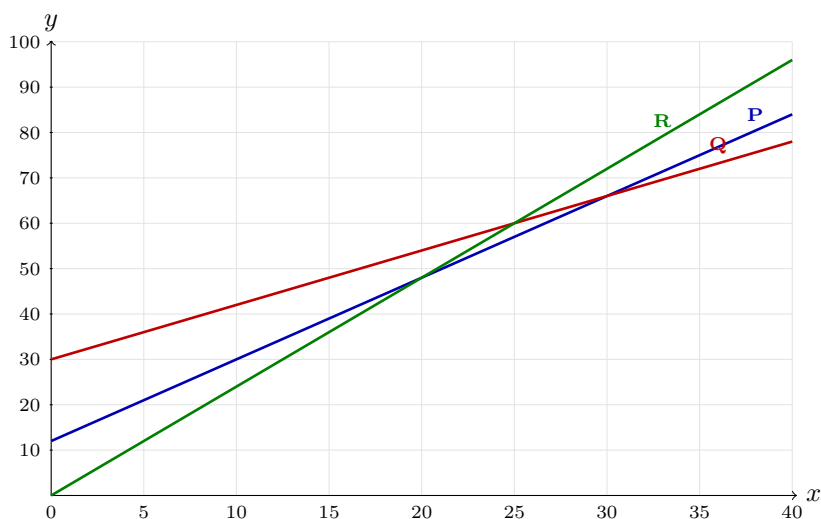
1. On considère $S_m : \begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + (m-1)y = 2 \end{cases}$. Écrire la condition pour que le système ait une solution unique.
2. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles le système n'a pas de solution unique.
3. Pour chacune de ces valeurs, déterminer s'il y a zéro ou une infinité de solutions.
4. Résoudre complètement le système pour $m = 1$.

Exercice 20 - Parallélogramme en coordonnées — diagonales et système

1. On considère $A(-2; 1)$, $B(4; 3)$, $C(6; -1)$. Déterminer D pour que ABCD soit un parallélogramme.
2. Déterminer l'équation réduite de la diagonale (AC).
3. Déterminer l'équation réduite de la diagonale (BD).
4. Résoudre le système des deux diagonales et interpréter le résultat.

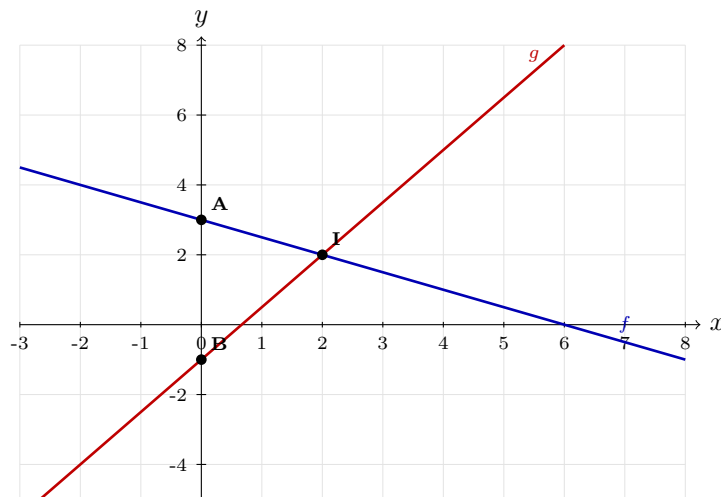
Exercice 21 - Enveloppe inférieure de trois fonctions affines — choix optimal

1. On considère $P(x) = 12 + 1,8x$, $Q(x) = 30 + 1,2x$ et $R(x) = 2,4x$, pour $x \geq 0$. Calculer les trois points d'égalité deux à deux.
2. Déterminer pour quelles valeurs réelles de x chacune des trois offres est la moins chère.
3. Pour x entier, donner les plages où chaque offre est strictement la moins chère.
4. À $x = 27$, identifier l'offre optimale et calculer son coût exact.



Exercice 22 - Reconstruction depuis un graphique — équations, intersection et comparaison

1. À partir du graphique, déterminer exactement l'expression de f .
2. Déterminer exactement l'expression de g .
3. Retrouver algébriquement les coordonnées de I puis résoudre $f(x) \geq g(x)$.
4. Déterminer les zéros de f et de g et les comparer.

**Exercice 23 - Fonction affine involutive — composition et point fixe**

1. On cherche une fonction affine $f(x) = ax + b$ telle que $f(f(x)) = x$ pour tout réel x . Établir les relations entre a et b .
2. On impose en plus $f(2) = 5$. Déterminer f .
3. Déterminer le point fixe de f .
4. Résoudre $f(x) > 0$.

Exercice 24 - Intersection dépendant d'un paramètre — premier quadrant

1. Pour $k \neq -1$, on considère $d_k : y = kx + 2$ et $g : y = -x + 6$. Exprimer les coordonnées $(x_k ; y_k)$ de leur intersection.
2. Déterminer la condition sur k pour que $x_k > 0$.
3. Déterminer toutes les valeurs de k pour lesquelles l'intersection est strictement dans le premier quadrant.
4. Pour $k = 1$, calculer le point d'intersection et vérifier les conditions.

Exercice 25 - Mouvements affines — instant de rencontre et fenêtre de proximité

1. Deux mobiles ont pour positions $p_1(t) = 12 + 18t$ et $p_2(t) = 78 - 12t$, en km, avec $t \geq 0$ en heures. Déterminer l'instant exact de leur rencontre.
2. Déterminer la position exacte du point de rencontre.
3. Exprimer la distance algébrique $p_2(t) - p_1(t)$ avant la rencontre.
4. Déterminer les instants pour lesquels la distance entre les deux mobiles est au plus 6 km.

Exercice 26 - Droite par intersection et parallélisme — synthèse cartésienne

1. On considère $d_1 : 2x - y = 5$ et $d_2 : x + y = 7$. Déterminer leur intersection I.
2. Mettre $d_3 : 3x + 2y - 1 = 0$ sous forme réduite et donner son coefficient directeur.
3. Déterminer l'équation de la droite Δ passant par I et parallèle à d_3 , sous forme réduite puis cartésienne.
4. Déterminer l'intersection de Δ avec l'axe des abscisses.

Exercice 27 - Deux fonctions affines liées par leur zéro — comparaison globale

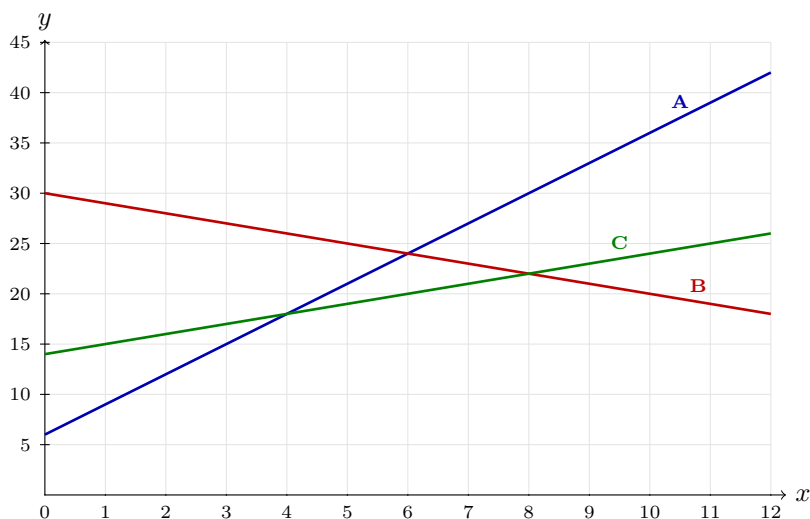
1. Déterminer la fonction affine f telle que $f(-2) = 5$ et $f(3) = -5$.
2. On cherche une fonction affine g ayant le même zéro que f et vérifiant $g(0) = 4$. Déterminer g .
3. Calculer le point d'intersection des deux représentations graphiques.
4. Résoudre $f(x) \geq g(x)$.

Exercice 28 - Triangle formé par trois droites — intersections exactes et aire

1. On considère $d_1 : y = x + 1$, $d_2 : y = -2x + 7$ et $d_3 : y = 3x - 5$. Déterminer $A = d_1 \cap d_2$.
2. Déterminer $B = d_2 \cap d_3$.
3. Déterminer $C = d_3 \cap d_1$.
4. Vérifier que A, B, C ne sont pas alignés puis calculer l'aire du triangle ABC.

Exercice 29 - Minimum et maximum de trois fonctions affines — changements de régime

1. Sur $[0; 12]$, on pose $A(x) = 3x + 6$, $B(x) = -x + 30$, $C(x) = x + 14$. Calculer les intersections $A=C$ et $C=B$.
2. Déterminer quelle fonction est minimale sur chacun des intervalles délimités par ces deux seuils.
3. Déterminer le point où la fonction maximale change entre B et A.
4. À $x = 7$, classer exactement $A(7)$, $B(7)$, $C(7)$ de la plus petite à la plus grande.



Exercice 30 - Bilan final — paramètre, concurrence et ordre de trois fonctions

1. On pose $f(x) = 2x + 5$ et $g(x) = -x + 1$. Calculer leur point d'intersection I.
2. On considère la famille $d_m : y = mx + 2$. Déterminer m pour que d_m passe par I.
3. Pour cette valeur de m, résoudre simultanément $d_m(x) \geq g(x)$ et $f(x) \geq d_m(x)$.
4. En déduire l'ordre des trois fonctions de part et d'autre de l'abscisse de I.

