

Équations et inéquations - 2nde

Exercice 1 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les quatre équations. Justifier les transformations et donner l'ensemble des solutions.

1. $4x - 7 = 2x + 9$

2. $3(x - 2) = 2x + 11$

3. $5(2x - 1) - 3(x + 4) = 2x + 9$

4. $2(3x - 5) - 4 = 3(2x - 1) - 11$

Exercice 2 :

Résoudre les quatre équations. Utiliser un multiple commun des dénominateurs avant de développer.

1. $\frac{2x - 3}{4} + \frac{x + 1}{6} = \frac{5}{3}$

2. $\frac{x + 2}{3} - \frac{x - 1}{2} = 1$

3. $\frac{3x - 4}{6} = \frac{x + 2}{3}$

4. $\frac{2x - 5}{3} - \frac{x + 4}{5} = \frac{x - 1}{2}$

Exercice 3 :

Résoudre les quatre équations et identifier précisément les cas $S = \emptyset$ et $S = \mathbb{R}$.

1. $2(x + 1) = 2x + 5$

2. $4(x - 1) = 4x - 4$

3. $5(2x - 1) - 10x = -7$

4. $3(2x + 5) - 6x = 15$

Exercice 4 :

Résoudre sans développer inutilement. Utiliser le produit nul après une factorisation éventuelle.

1. $(x - 4)(x + 7) = 0$

2. $(3x - 6)(2x + 5) = 0$

3. $x(5x - 15) = 0$

4. $(x + 1)^2 - (x + 1)(2x - 3) = 0$

Exercice 5 :

Résoudre sans discriminant en utilisant les identités remarquables et le produit nul.

1. $x^2 - 16 = 0$

2. $(2x - 3)^2 - 49 = 0$

3. $9x^2 - 25 = 0$

4. $(3x + 2)^2 - (x - 4)^2 = 0$

Exercice 6 :

Résoudre les équations en recherchant d'abord une structure factorisable. Éviter le développement complet lorsqu'il masque un facteur commun.

1. $x(x-4) + (x-4)(3x+2) = 0$
2. $(x+3)(2x-1) + (x+3)(x-5) = x^2 - 9$
3. $(2x-5)(x+1) = (x+1)(x-7) + (x^2-1)$
4. $4x^2 - 9 - 2(2x-3) + x(2x-3) = 0$

Exercice 7 :

Résoudre les équations quotient nul en commençant par l'ensemble de définition.

- | | |
|--------------------------|---------------------------------|
| 1. $\frac{x-5}{x+2} = 0$ | 2. $\frac{x^2-9}{x-3} = 0$ |
| 3. $\frac{x^2+x}{x} = 0$ | 4. $\frac{(x-2)(x+5)}{x+5} = 0$ |

Exercice 8 :

Résoudre dans le domaine de définition. Chaque équation est de la forme quotient = k .

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------|
| 1. $\frac{2x+1}{x-3} = 3$ | 2. $\frac{x-4}{2x+5} = -1$ |
| 3. $\frac{3x-2}{x+1} = \frac{5}{2}$ | 4. $\frac{(x-1)(x+2)}{x+2} = 3$ |

Exercice 9 :

Résoudre soigneusement. Déterminer le domaine avant de supprimer les dénominateurs.

1. $\frac{2}{x-1} = \frac{3}{x+2}$
2. $\frac{x+1}{x-2} = \frac{2x+2}{x+1}$
3. $\frac{x+3}{x-1} = 2 + \frac{4}{x-1}$
4. $\frac{2x-1}{x+2} = \frac{x+4}{x+2} + \frac{1}{2}$

Exercice 10 :

Résoudre algébriquement sans discriminant.

1. $x^2 = 49$

2. $(x - 3)^2 = 16$

3. $(2x + 1)^2 = 25$

4. $(3x - 2)^2 = 0$

Exercice 11 :

Résoudre et écrire les solutions sous forme d'intervalles.

1. $3x - 7 < 8$

2. $-2x + 5 \leq 13$

3. $4(x - 1) > 2x + 6$

4. $5 - 3(2x + 1) \geq 2x - 6$

Exercice 12 :

Résoudre les quatre questions en conservant simultanément toutes les contraintes.

1. $-3 < 2x + 1 \leq 7$

2. $1 \leq \frac{x - 2}{3} < 4$

3. $-5 \leq -2x + 1 < 9$

4. $\begin{cases} 2x - 3 > 1 \\ 5 - x \geq 2 \end{cases}$

Exercice 13 :

Résoudre à l'aide des zéros des facteurs et d'un tableau de signes.

1. $(x - 2)(x + 5) > 0$

2. $(3x - 6)(x + 1) \leq 0$

3. $(2x + 3)(5 - x) < 0$

4. $(4x - 1)(2 - x) \geq 0$

Exercice 14 :

Résoudre par tableau de signes. Classifier d'abord toutes les valeurs critiques.

1. $(x - 2)(x + 1)(3x - 4) \geq 0$

2. $x(x - 3)(x + 2) < 0$

3. $(2x + 1)(x - 2)(x + 4) \leq 0$

4. $(3 - x)(x + 2)(2x - 5) > 0$

Exercice 15 :

Résoudre par tableau de signes. Les valeurs interdites ne sont jamais incluses.

- | | |
|------------------------------|---------------------------|
| 1. $\frac{x-3}{x+2} \geq 0$ | 2. $\frac{2x+4}{x-5} < 0$ |
| 3. $\frac{3x-1}{x+4} \leq 0$ | 4. $\frac{4-x}{2x+1} > 0$ |

Exercice 16 :

Résoudre par un tableau de signes complet. Faire apparaître tous les zéros et toutes les valeurs interdites.

1. $\frac{(x-2)(x+5)}{x-1} > 0$
2. $\frac{(x+1)(2x-3)}{x-4} \geq 0$
3. $\frac{(x-5)(2x+3)}{(x+1)(x-2)} \leq 0$
4. $\frac{(2x+1)(x-4)}{(x-2)(x+3)} > 0$

Exercice 17 :

Ramener tout dans un même membre, factoriser, puis étudier le signe. Ne pas diviser par un facteur contenant l'inconnue.

1. $(t-4)(t+2) > (t+2)(3t-8)$
2. $(x-2)(3x+7) \leq (x-2)(x+5)$
3. $(2x+1)(x-3) > (2x+1)(4-x)$
4. $(x+4)(2x-1) \leq (x+4)(x+6)$

Exercice 18 :

Ramener chaque inéquation à une comparaison avec zéro, réduire au même dénominateur puis étudier le signe.

1. $\frac{2x+1}{x+2} \geq 3$
2. $\frac{3(t-4)}{2t-3} \geq 1$
3. $\frac{3x-5}{2x+4} < 2$
4. $\frac{x+1}{x-3} \leq -2$

Exercice 19 :

Résoudre sans produit en croix aveugle : ramener à zéro, réduire au même dénominateur et utiliser un tableau de signes.

1. $\frac{2}{x-2} < \frac{3}{x+1}$

2. $\frac{1}{x} < \frac{1}{2x-1}$

3. $\frac{3}{x+2} \leq \frac{1}{x-1}$

4. $\frac{2}{x+3} > \frac{5}{2x-1}$

Exercice 20 :

Résoudre en transformant chaque expression en produit de facteurs du premier degré.

1. $x^2 \leq 1$

2. $x^2 - 9 < 0$

3. $(2x+3)^2 - 25 \geq 0$

4. $(3x-1)^2 - 16 < 0$

Exercice 21 :

Résoudre en tenant compte du fait qu'un facteur au carré est toujours positif ou nul.

1. $(x-1)^2(2x+3) \leq 0$

2. $(x+2)^2(3x-1) > 0$

3. $(x-4)^2(x+1) \geq 0$

4. $(2x-5)^2(1-x) < 0$

Exercice 22 :

Résoudre après simplification, mais conserver le domaine de l'expression initiale.

1. $\frac{x^2-4}{x-2} > 0$

2. $\frac{x^2-9}{x+3} \leq 0$

3. $\frac{x^2+x}{x} > 2$

4. $\frac{(x-1)(x+4)}{x+4} \geq 3$

Exercice 23 :

Traduire entre distance, valeur absolue et intervalle. Toutes les questions utilisent la valeur absolue comme distance sur la droite réelle.

1. Résoudre $|x - 4| \leq 2$.
2. Résoudre $|x + 3| \leq 5$.
3. Écrire l'intervalle $[-2; 6]$ sous la forme $|x - a| \leq r$.
4. Résoudre simultanément $|x - 1| \leq 4$ et $x > 0$.

Exercice 24 :

Pour chaque couple de fonctions, résoudre $f(x) = g(x)$ puis donner les coordonnées exactes des points d'intersection.

1. $f(x) = x^2 - 4$ et $g(x) = 2x - 1$.
2. $f(x) = x^2 + 3x$ et $g(x) = 4x$.
3. $f(x) = x^2 + 2x - 1$ et $g(x) = x + 5$.
4. $f(x) = x^2 - 2x + 1$ et $g(x) = 3x - 3$.

Exercice 25 :

On considère $E(x) = (x - 2)(x + 5) + (x - 2)(2x - 1)$. Répondre sans effectuer de calcul inutile.

1. Développer et réduire $E(x)$.
2. Factoriser $E(x)$ de la manière la plus efficace.
3. Résoudre $E(x) = 0$.
4. Résoudre $E(x) \leq 0$.

Exercice 26 :

Une salle de sport propose deux formules : A : 18 € d'inscription puis 4 € par séance ; B : 50 € d'inscription puis 2 € par séance. On note x le nombre de séances.

1. Exprimer les coûts $A(x)$ et $B(x)$.
2. Résoudre $A(x) = B(x)$ et interpréter.
3. Déterminer à partir de combien de séances B devient strictement moins chère que A.
4. Comparer les deux formules pour 25 séances et calculer l'économie réalisée avec la meilleure formule.

Exercice 27 :

Un rectangle a pour longueur $2x + 3$ cm et largeur $x - 1$ cm.

1. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles les deux dimensions sont strictement positives.
2. Exprimer son périmètre $P(x)$.
3. Résoudre $P(x) \leq 40$ en tenant compte des contraintes géométriques.
4. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'aire est au moins égale à 18 cm^2 , toujours sous les contraintes géométriques.

Exercice 28 :

Un trajet routier mesure 120 km. On roule à vitesse constante v km/h et on ajoute 0,5 h de pause. Le temps total est noté $T(v)$.

1. Préciser la contrainte sur v et exprimer $T(v)$.
2. Déterminer les vitesses permettant un temps total d'au plus 2,5 h.
3. Calculer le temps total pour $v = 75$ km/h et l'exprimer en heures et minutes.
4. Déterminer les vitesses permettant un temps total strictement inférieur à 2 h.

Exercice 29 :

Pour un nombre entier x d'unités produites, avec $0 \leq x \leq 28$, un bénéfice simplifié est modélisé par $B(x) = (x - 4)(28 - x)$ euros.

1. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles $B(x) = 0$.
2. Déterminer quand le bénéfice est strictement positif.
3. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles $B(x) \geq 135$.
4. En tenant compte du fait que x est entier, interpréter le résultat de la question 3.

Exercice 30 :

Pour chaque question, choisir d'abord la stratégie adaptée : suppression des dénominateurs, factorisation, comparaison de quotients ou tableau de signes.

1. $\frac{2x - 5}{3} - \frac{x + 1}{2} = \frac{1}{6}$
2. $(x - 3)(2x + 1) + (x - 3)(x + 5) = 0$
3. $\frac{2}{x - 1} < \frac{3}{x + 2}$
4. $\frac{(x - 2)(x + 4)}{x - 1} \leq 0$