

Calcul littéral — 2nde

Exercice 1 — Factorisations cachées — facteur opposé et facteur commun

**

1. Factoriser complètement : $A = 2(x - 2)(3x - 4) + (7x - 1)(2 - x)$.
2. Mettre sous forme factorisée par $x - 2$: $B = 3(x - 2)(x^2 + 1) - (6x^2 - 5)(x - 2)$.
3. Factoriser complètement : $C = x^2 - 2x + 1 - 7(x - 1) + (3x + 2)(1 - x)$.
4. En déduire les solutions de $C = 0$.

Exercice 2 — Différences de carrés composées — factoriser sans développer

**

1. Factoriser : $A = 4(3x - 5)^2 - (7 - 2x)^2$.
2. Factoriser complètement : $B = (4x^2 - 3x - 18)^2 - (4x^2 + 3x)^2$.
3. Résoudre $B = 0$.
4. Factoriser puis résoudre $4(x - 3)^2 - 25 = 0$.

Exercice 3 — Identité remarquable cachée — reconnaître une structure

**

1. Sans tout développer, montrer que $E = 4x^2 + 12x + 9 + (4x + 6)(5x + 7) + 25x^2 + 70x + 49$ est un carré parfait.
2. Donner la forme factorisée de E , puis résoudre $E = 0$.
3. On pose $H = (2x - 3)^2 + 2(2x - 3)(x + 4) + (x + 4)^2$. Factoriser H .
4. Résoudre $H = 16$.

Exercice 4 — Regroupement — équation cubique factorisable

**

1. Factoriser $P = x^3 + x^2 - 18x - 18$ par regroupement.
2. Factoriser complètement sur $\mathbb{R}$.
3. Résoudre $P = 0$.
4. Résoudre l'inéquation $P \geq 0$.

Exercice 5 — Deux expressions, un facteur commun — choisir la bonne forme

**

1. On pose $F(x) = (4x - 14)(3x + 1) + 2x^2 - 7x$. Factoriser F .
2. On pose $G(x) = 16x^2 - (3x + 2)^2$. Factoriser G .
3. Résoudre $F(x) + G(x) = 0$.
4. Résoudre $F(x) = G(x)$.

Exercice 6 — Une expression, plusieurs formes — développer ou factoriser au bon moment

**

1. On pose $A = x^2 - 25 - 3(5 - x)(x + 1) + 2(x - 5)^2$. Développer et réduire A .
2. Factoriser A .
3. Résoudre $A = 0$ en choisissant la forme la plus adaptée.
4. Résoudre $A = 10$ en choisissant cette fois une autre forme adaptée.

Exercice 7 — Réductions à forte annulation — garder le contrôle des signes

**

1. Factoriser $C = 4x^2 - 25 - 2(2x - 5)^2$.
2. Résoudre $C = 0$.
3. Factoriser $D = 2(3 - x)^2 + (3x - 9)(x + 1) - 9 + x^2$.
4. Résoudre $D = 0$.

Exercice 8 — Équations factorisables — ne pas développer inutilement

**

1. Résoudre $(2x - 5)^2 = (7x - 3)(4x - 10)$.
2. Résoudre $(2x + 7)(3x - 1) = 8x^2 - 98$.
3. Résoudre $(2x - 3)^2 - (x + 7)^2 = (x - 2)(x - 10)$.

Exercice 9 — Équations avec identités remarquables — conserver les facteurs

**

1. Résoudre $25x^2 - 9 = (5x - 3)(2x + 1)$.
2. Résoudre $(4x - 5)^2 = 4x^2$.
3. Résoudre $(x^2 - 9)(x + 5) = (x^2 + 10x + 25)(3 - x)$.

Exercice 10 — Équations où les termes quadratiques s'annulent

**

1. Résoudre $2x - (4 - x)^2 = 14 - x(x - 1)$.
2. Résoudre $16x^2 + 49 = (2x - 5)(8x + 1)$.
3. Résoudre $(2x - 3)^2 - 4x + 5 = 4x^2 - 3$.

Exercice 11 — Fractions algébriques à deux variables — conditions indispensables

**

1. Pour $a \neq 0$, $b \neq 0$ et $a + b \neq 0$, simplifier $A = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{1 + \frac{1}{b}}$.
2. Pour $a + b \neq 0$ et $a - b \neq 0$, réduire $B = \frac{a}{a + b} + \frac{b}{a - b}$.
3. Pour $a \neq 0$ et $b \neq 0$, réduire $C = \frac{1}{a^2b} - \frac{1}{ab^2} + \frac{2}{a^2b^2}$.

Exercice 12 — Écritures fractionnaires — mettre sous un seul quotient

**

1. Pour $x \neq 2$, réduire $A = \frac{2x + 3}{x - 2} + 5x - \frac{2}{x - 2}$.
2. Pour $x \neq 0$ et $x \neq -3$, réduire $B = \frac{1}{x + 3} - \frac{1}{x}$.
3. Pour $x \neq 1$, simplifier $C = \frac{x^2}{x - 1} - x$.
4. Résoudre $C = 2$ dans son domaine.

Exercice 13 — Équation rationnelle symétrique — domaine, réduction, résolution

**

1. On pose $R(x) = \frac{x - 1}{x + 2} + \frac{x + 2}{x - 1}$. Déterminer son domaine.

2. Écrire $R(x)$ sous la forme d'un seul quotient.
3. Résoudre $R(x) = \frac{5}{2}$.
4. Montrer que l'équation $R(x) = 2$ n'a aucune solution.

Exercice 14 — Équations quotient — pièges de domaine

**

1. Résoudre dans son domaine : $\frac{x-3}{x+1} = 2 - \frac{4}{x+1}$.
2. Résoudre dans son domaine : $\frac{x^2-9}{x-3} = 6$.
3. Résoudre dans son domaine : $\frac{x^2-4}{x-2} = x+2$.

Exercice 15 — Signe d'un quotient — tableau complet

**

1. On pose $Q(x) = \frac{(x-2)(2x+3)}{x+1}$. Donner le domaine de Q .
2. Construire le tableau de signes de Q .
3. Résoudre $Q(x) \leq 0$.
4. Résoudre $Q(x) > 0$.

Exercice 16 — Racines carrées — quatre écritures d'un même nombre

1. Réduire $A = \sqrt{72} - 2\sqrt{50} + 2\sqrt{18} + \sqrt{9}$.
2. Réduire $B = (\sqrt{2} + 2) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \right)$.
3. Réduire $C = (2\sqrt{2} + 1)^2 + (1 - \sqrt{2})^2 - 9$.
4. Réduire $D = (\sqrt{2} + 1)^2$, puis vérifier que $A = B = C = D$.

Exercice 17 — Calcul exact avec radicaux — réduction puis produit

1. Réduire $S = \sqrt{54} - 5\sqrt{12} + 3\sqrt{75} - \sqrt{6}$.
2. Réduire $R = \frac{4\sqrt{27} - \sqrt{54}}{3\sqrt{2}}$.
3. Calculer exactement $P = S \times R$.

Exercice 18 — Calcul exact complet — fractions, racines et conjugués

1. Calculer $A = \frac{3 + \frac{5}{3} - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{6}}$.
2. Calculer $B = 4\sqrt{\frac{26}{5}}\sqrt{\frac{65}{8}}$.
3. Calculer $C = (2\sqrt{5} - 3)^2 + (2\sqrt{5} + 3)^2$.
4. Calculer $D = \frac{1}{5 - 2\sqrt{6}} + \frac{1}{5 + 2\sqrt{6}}$, puis donner $A + B + C + D$.

Exercice 19 — Identité sur les fractions — démonstration puis application

1. Pour $n \neq 0$, démontrer $\frac{1}{n} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{3n} + \frac{1}{6n} = \frac{2}{n}$.
2. En déduire une écriture de $\frac{2}{101}$ comme somme de quatre fractions de numérateur 1.
3. Vérifier directement l'égalité obtenue avec le dénominateur commun 606.

Exercice 20 — Racines imbriquées — retrouver un carré caché

1. Simplifier exactement $A = \sqrt{59 + 30\sqrt{2}}$.
2. Simplifier exactement $B = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$.
3. Simplifier exactement $C = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$.
4. Expliquer pourquoi le signe de l'expression trouvée doit être contrôlé avant de supprimer la racine carrée.

Exercice 21 — Conjugués et équations avec radicaux

1. Rationaliser et simplifier $A = \frac{4}{\sqrt{3} - 1}$.
2. Résoudre $\frac{x}{\sqrt{2}} = 3 - (x - \sqrt{2})$.
3. Résoudre $\sqrt{3}(x\sqrt{2} - 1) = x\sqrt{6} - \sqrt{6}$.

Exercice 22 — Équations à paramètre — zéro, impossible ou infinité de solutions

1. Selon $m \in \mathbb{R}$, résoudre $(m - 2)x = m + 1$.
2. Selon $m \in \mathbb{R}$, résoudre $(m - 1)x = m - 1$.
3. Selon $m \in \mathbb{R}$, résoudre $(2m + 1)x = 4m + 2$.

Exercice 23 — Relation entre variables — éliminer une inconnue

1. L'aire d'une couronne circulaire est $A = \pi(R^2 - r^2)$ avec $R > r \geq 0$. Factoriser l'expression $R^2 - r^2$.
2. Exprimer R en fonction de A et r .
3. Calculer R lorsque $A = 48\pi$ et $r = 4$.
4. Vérifier le résultat en recalculant l'aire.

Exercice 24 — Modélisation — boîte sans couvercle

1. Une boîte sans couvercle a une base carrée de côté $x > 0$ et une hauteur de 3. Exprimer l'aire totale de carton $A(x)$.
2. On impose $A(x) = 80$. Écrire l'équation correspondante puis la factoriser.
3. Déterminer la valeur géométriquement admissible de x .
4. Calculer alors le volume de la boîte.

Exercice 25 — Modélisation géométrique — contrainte et solution admissible

1. Un rectangle a pour côtés $x - 2$ et $x + 2$, avec $x > 2$. Exprimer son aire sous deux formes.
2. Son aire vaut 32. Résoudre l'équation obtenue.

- Justifier pourquoi une seule solution est géométriquement admissible.
- Calculer le périmètre et la longueur de la diagonale du rectangle obtenu.

Exercice 26 — Inéquation de modélisation — comparer deux offres

- Pour $n \geq 0$, deux offres coûtent $A(n) = 18 + \frac{6}{25}n$ euros et $B(n) = 9 + \frac{9}{25}n$ euros. Calculer $A(n) - B(n)$.
- Résoudre $A(n) \leq B(n)$.
- Interpréter le seuil obtenu si n est un nombre entier d'unités consommées.
- Comparer les deux offres pour $n = 50$ puis $n = 100$.

Exercice 27 — Formules de physique — isoler puis éliminer une variable

- Pour un cylindre, $V = \pi r^2 h$ et l'aire latérale vaut $L = 2\pi r h$, avec $r > 0$. Exprimer h en fonction de V et r .
- Éliminer h et exprimer L uniquement en fonction de V et r .
- En déduire r en fonction de V et L , lorsque $L > 0$.
- Vérifier pour $V = 24\pi$ et $r = 2$ la valeur de L .

Exercice 28 — Signe d'un produit puis d'un quotient — synthèse

- Résoudre $(3x - 1)(x + 2) \leq 0$.
- On pose $T(x) = \frac{(3x - 1)(x + 2)}{2 - x}$. Donner son domaine.
- Résoudre $T(x) \geq 0$.
- Comparer la solution de 1) avec celle de 3) et expliquer le rôle du dénominateur.

Exercice 29 — Grande équation factorisée — trois solutions sans discriminant

- Résoudre $(x^2 - 9)(x + 5) = (x^2 + 10x + 25)(3 - x)$ sans développer les deux membres.
- Détailler la factorisation qui conduit à un produit de trois facteurs du premier degré.
- Vérifier directement chacune des trois solutions dans l'équation initiale.

Exercice 30 — Bilan final — domaine, simplification, équation et signe

- On pose $H(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3} \times \frac{4x^2 - 25}{2x + 5}$. Déterminer le domaine de H .
- Simplifier $H(x)$ sur son domaine sans oublier les valeurs interdites.
- Résoudre $H(x) = 0$.
- Résoudre $H(x) \leq 0$ dans le domaine initial.