

Calculs et automatismes numériques

1^{re} STMG – Exercices

Fractions, puissances, proportions, pourcentages, évolutions, calcul littéral, factorisation et équations.

Exercice 1 – * – Fractions — simplifier et comparer

1. Simplifier la fraction $\frac{42}{63}$.
2. Comparer $\frac{7}{12}$ et $\frac{5}{8}$.
3. Écrire $-\frac{18}{24}$ sous forme irréductible.
4. Comparer $\frac{11}{15}$ et $\frac{7}{10}$.

Exercice 2 – * – Fractions — quatre opérations

1. Calculer $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$.
2. Calculer $\frac{7}{9} - \frac{5}{12}$.
3. Calculer $\frac{5}{8} \times \frac{12}{25}$.
4. Calculer $\frac{7}{10} \div \frac{14}{15}$.

Exercice 3 – * – Puissances — règles essentielles

1. Calculer $\frac{2^3 \times 2^5}{2^4}$.
2. Calculer $\frac{(3^2)^3}{3^4}$.
3. Calculer $10^{-3} \times 10^5$.
4. Calculer $5^0 + 2^{-2}$.

Exercice 4 – * – Décimal, fraction, pourcentage — changer d'écriture

1. Écrire 0,375 sous forme de fraction irréductible puis en pourcentage.
2. Écrire $\frac{7}{20}$ sous forme décimale puis en pourcentage.
3. Écrire 62% sous forme décimale puis comme fraction irréductible.
4. Écrire 1,125 sous forme de fraction irréductible puis en pourcentage.

Exercice 5 – * – Proportions — partie et total

1. Dans un groupe de 240 personnes, 84 appartiennent à la catégorie A. Calculer la proportion de A.
2. Calculer 35 % de 360.
3. 54 représente 15 % d'un total. Retrouver ce total.
4. 72 représente 40 % d'un total. Retrouver ce total.

Exercice 6 – ** – Pourcentages — appliquer et retrouver

1. Calculer 15 % de 260.
2. Dans une enquête, 72 personnes sur 480 répondent « oui ». Donner le pourcentage correspondant.
3. Après une remise de 15 %, un article coûte 85 €. Retrouver son prix avant remise.
4. Un prix passe de 120 € à 138 €. Calculer son taux d'évolution.

Exercice 7 – ** – Calcul littéral — réduire une expression

1. Réduire $A = 3x + 5 - 2x + 7$.
2. Réduire $B = 4(2x - 3) - 3(x + 1)$.
3. Réduire $C = 5x^2 - 3x + 2 - 2x^2 + 7x - 6$.
4. Réduire $D = 2(3x - 1) - (x - 4) + (5 - 2x)$.

Exercice 8 – ** – Développer et factoriser — automatismes

1. Développer $(x + 4)(x - 3)$.
2. Développer $(2x - 5)^2$.
3. Factoriser $9x^2 - 25$.
4. Factoriser $6x^2 + 9x$.

Exercice 9 – ** – Proportions imbriquées — clientèle

1. Une entreprise compte 800 clients. 60 % utilisent le service en ligne. Combien cela représente-t-il ?
2. Parmi les clients en ligne, 35 % paient avec leur mobile. Combien de clients cela représente-t-il ?
3. Quelle proportion de l'ensemble des clients paie avec son mobile ?
4. Si la part des clients en ligne passe à 65 % mais que 35 % d'entre eux paient toujours avec leur mobile, quelle sera la nouvelle proportion globale de paiements mobiles ?

Exercice 10 – ** – Calcul mixte — fractions, puissances et algèbre

1. Calculer $A = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4}\right) \div \frac{7}{10}$.
2. Calculer $B = \frac{2^5 \times 4^{-1}}{2^2}$.
3. Calculer les $\frac{3}{4}$ de 40 % de 250.
4. Réduire $(x+3)^2 - (x-3)^2$.

Exercice 11 – * – Équations et inéquation — calcul sans calculatrice**

1. Résoudre $\frac{x}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$.
2. Résoudre $3(x-2) = 2x+5$.
3. Résoudre $5-2x \leq 11$.
4. Résoudre $\frac{4}{x} = 2$, avec $x \neq 0$.

Exercice 12 – * – Puissances de 10 — calcul et ordre de grandeur**

1. Calculer $10^{-3} \times 10^5$.
2. Calculer $(3,6 \times 10^5)(2 \times 10^{-3})$ et donner le résultat sous forme décimale.
3. Calculer $\frac{4,8 \times 10^7}{1,2 \times 10^3}$ et donner le résultat sous forme décimale.
4. Donner une estimation mentale de $(4,9 \times 10^3)(2,1 \times 10^{-2})$, puis vérifier la cohérence avec la valeur exacte.

Exercice 13 – * – Évolutions successives — taux global**

1. Une valeur de 320 augmente de 12 %. Calculer la nouvelle valeur.
2. Cette valeur diminue ensuite de 5 %. Calculer la valeur finale.
3. Calculer le coefficient multiplicateur global et le taux global.
4. Quel taux faut-il appliquer à la valeur finale pour revenir exactement à 320 ? Arrondir au centième de pourcent.

Exercice 14 – * – Remise et TVA — contexte STMG**

1. Un article coûte 500 € HT. Une remise de 18 % est appliquée. Calculer le nouveau prix HT.
2. On applique ensuite une TVA de 20 %. Calculer le prix TTC.

3. Calculer le prix TTC sans remise et vérifier que la remise représente toujours 18 % du TTC lorsque le taux de TVA est le même.
4. Quel taux de hausse faudrait-il appliquer au prix TTC remisé pour revenir au TTC sans remise ? Arrondir au centième.

Exercice 15 – * – Fraction d'une population puis pourcentage**

1. Un stock contient 600 articles. Les $\frac{3}{8}$ sont de type A. Combien y a-t-il d'articles A ?
2. Parmi les articles A, 40 % sont vendus en ligne. Combien cela représente-t-il ?
3. Quelle proportion du stock total représentent les articles A vendus en ligne ?
4. Combien d'articles ne sont pas de type A ?

Exercice 16 – * – Identités remarquables — développer et reconnaître**

1. Développer $(x + 5)^2$.
2. Développer $(3x - 2)(3x + 2)$.
3. Factoriser $x^2 - 10x + 25$.
4. Réduire $(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2$.

Exercice 17 – * – Factorisations — facteur commun et différence de carrés**

1. Factoriser $8x^2 - 12x$.
2. Factoriser $25x^2 - 16$.
3. Factoriser $x^2 + 6x + 9$.
4. Factoriser $(3x - 1)^2 - 4$.

Exercice 18 – * – Produit nul et signes**

1. Résoudre $(2x - 6)(x + 4) = 0$.
2. Donner le signe de $3x - 9$ selon les valeurs de x .
3. Donner le signe de $(x - 2)(x + 5)$.
4. Résoudre $(x - 2)(x + 5) \leq 0$.

Exercice 19 – * – Isoler une variable dans une formule**

1. Dans $P = 2(L + \ell)$, exprimer L en fonction de P et ℓ .

2. Dans $V = RI$, exprimer R en fonction de V et I , avec $I \neq 0$.
3. Dans $C = \frac{5}{9}(F - 32)$, exprimer F en fonction de C .
4. Dans $y = \frac{ax + b}{c}$, exprimer a en fonction de x, y, b, c , avec $x \neq 0$ et $c \neq 0$.

Exercice 20 – * – Coût, recette et bénéfice — modèle affine**

1. Une entreprise modélise son coût par $C(x) = 12x + 480$ et sa recette par $R(x) = 20x$. Exprimer le bénéfice $B(x) = R(x) - C(x)$.
2. Calculer le bénéfice pour $x = 75$ unités.
3. Déterminer le nombre d'unités pour lequel le bénéfice est nul.
4. Pour $x = 100$, calculer le taux de bénéfice par rapport à la recette, c'est-à-dire $\frac{B(100)}{R(100)} \times 100$.

Exercice 21 – ** – Calcul exact avancé — fractions et puissances**

1. Calculer $A = \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{4}\right) \div \frac{7}{8}$.
2. Calculer $B = \frac{3^{-2} \times 27}{9^{-1}}$.
3. Calculer $C = \frac{2^4 \times 5^4}{10^3}$.
4. Calculer $D = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^{-1}$.

Exercice 22 – ** – Parts de marché — proportions de proportions**

1. Un chiffre d'affaires total est de 125 000 €. La vente en ligne représente 32 %. Calculer le chiffre d'affaires en ligne.
2. Parmi les ventes en ligne, 45 % sont réalisées sur mobile. Calculer le chiffre d'affaires mobile.
3. Quelle part du chiffre d'affaires total le mobile représente-t-il ?
4. L'année suivante, le chiffre d'affaires total est de 135 000 €, la part en ligne de 35 % et la part mobile parmi les ventes en ligne de 48 %. Calculer le chiffre d'affaires mobile.

Exercice 23 – ** – Prix d'achat, marge, remise et TVA**

1. Un commerçant achète un article 80 € HT et applique une hausse de 25 % pour fixer son prix de vente HT. Calculer ce prix.
2. Il accorde ensuite une remise de 10 % sur le prix de vente HT. Calculer le nouveau prix HT.

3. Une TVA de 20 % est appliquée. Calculer le prix TTC payé par le client.
4. Calculer la variation relative entre le montant initial de 80 € HT et le montant final de 108 € TTC. Préciser pourquoi ce résultat n'est pas un taux de marge commercial.

Exercice 24 – ** – Répartition d'un effectif — deux sous-groupes**

1. Une entreprise compte 600 salariés. 45 % travaillent dans le service A. Calculer les effectifs des services A et B.
2. 20 % des salariés de A et 30 % des salariés de B télétravaillent. Calculer les deux effectifs concernés.
3. Calculer la proportion globale de télétravailleurs dans l'entreprise.
4. Parmi les télétravailleurs, quelle proportion appartient au service A ? Donner la fraction irréductible puis un pourcentage approché.

Exercice 25 – ** – Taux manquant et taux réciproque**

1. Une valeur de 750 augmente de 20 %. Calculer la valeur obtenue.
2. Elle subit ensuite une évolution inconnue et devient 810. Déterminer le second taux.
3. Calculer le taux global entre 750 et 810.
4. Quel taux faut-il appliquer à 810 pour revenir exactement à 750 ? Arrondir au centième de pourcent.

Exercice 26 – ** – Abonnement — seuil de rentabilité**

1. Une plateforme facture 15 € par abonné et supporte un coût mensuel $C(n) = 300 + 6n$. Exprimer la recette $R(n)$ puis le bénéfice $B(n)$.
2. Calculer le bénéfice pour 50 abonnés.
3. Déterminer le plus petit nombre entier d'abonnés permettant un bénéfice positif ou nul.
4. Si le prix de l'abonnement baisse de 20 % sans modifier les coûts, déterminer le nouveau seuil de rentabilité.

Exercice 27 – ** – Analyse d'erreurs — quatre pièges classiques**

1. Un élève écrit $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$. Corriger et expliquer l'erreur.
2. Un élève écrit $2^3 + 2^4 = 2^7$. Corriger et rappeler la règle exacte sur les puissances.
3. Un prix augmente de 20 % puis diminue de 20 %. À partir de 100 €, calculer le prix final et le taux global.
4. Un élève écrit $(x + 3)^2 = x^2 + 9$. Corriger.

Exercice 28 – ** – Challenge sans calculatrice — automatismes mixtes**

1. Calculer $\frac{7}{12} - \frac{1}{8}$.
2. Calculer $2^{-3} + 25\%$ en donnant une fraction irréductible.
3. Calculer 15 % de 240 puis ajouter les $\frac{3}{5}$ de 50.
4. Réduire $(x - 4)^2 - (x + 4)(x - 4)$.

Exercice 29 – ** – Budget marketing — fractions et pourcentages**

1. Une entreprise dispose d'un budget marketing de 48 000 €. Les $\frac{3}{8}$ sont consacrés au numérique. Calculer ce montant.
2. Parmi le budget numérique, 40 % sont consacrés aux réseaux sociaux. Calculer ce montant.
3. Calculer le budget non numérique.
4. L'année suivante, le budget total augmente de 12,5 % et 40 % du nouveau budget est consacré au numérique. Calculer le nouveau budget numérique puis son taux d'évolution par rapport aux 48 000 € initiaux.

Exercice 30 – ** – Synthèse STMG — chiffre d'affaires, proportions et bénéfice**

1. Le chiffre d'affaires d'une entreprise est de 240 000 €. Le produit A représente 35 % du total. Calculer les chiffres d'affaires des produits A et B.
2. L'année suivante, le chiffre d'affaires de A augmente de 20 % et celui de B diminue de 10 %. Calculer les deux nouveaux montants et le nouveau chiffre d'affaires total.
3. Calculer le taux d'évolution global du chiffre d'affaires total.
4. Les coûts sont modélisés par $C(x) = 0,72x + 36000$, où x est le chiffre d'affaires en euros. Calculer le bénéfice pour le nouveau chiffre d'affaires, puis résoudre $x - C(x) > 0$ afin de déterminer à partir de quel chiffre d'affaires l'entreprise est bénéficiaire.